Università degli Studi di Trento

Dipartimento di ingegneria civile, ambientale e meccanica

Corso di Laurea magistrale in Ingegneria Civile

A.A. 2014-2015

Relazione del corso di Costruzioni Idrauliche

Linee Segnalatrici di Possibilità Pluviometrica

Docenti del corso:

Prof. Dott. Ing. Rigon Riccardo
Prof. Dott. Ing. Marialaura Bancheri
Prof. Dott. Ing. Blal Adem Esmail

Studenti:

Enrico Cavicchioli
Mariano Fiorencis
Mattia Nardin

ESERCITAZIONE DI COSTRUZIONI IDRAULICHE A.A.2014/2015

INDICE

CAPITOLO 1 -INTRODUZIONE-

1.1 INTRODUZIONE

Nella presente relazione si riportano i dati e le procedure seguite per determinare le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica relative al comune di Mezzolombardo.

Figura 1.1 - Stazione meteorologica di Mezzolombardo -

I dati relativi alla stazione meteorologica di Mezzolombardo (Figura1.1) erano in numero non sufficiente per avere una accurata descrizione del campione, si sono perciò combinati i dati delle stazioni vicine, ad una distanza tale da ritenere validi i dati di precipitazion per la zona oggetto di studio.
Le altre stazioni meteorologiche considerate sono: Lavis, Zambana, e Spormaggiore.

1.2 ANALISI DEI DATI

Si è analizzata una serie temporale di dati che va dal 1936 al 2009 riportata in Tabella 1.1 :

ANNO	15 min	30 min	45 min	1 ora	3 ore	6 ore	12 ore	24 ore
1936	NA	NA	NA	14	16.2	27	41.6	58.4
1937	NA	NA	NA	18	18	23.2	38.6	56.2
1938	NA	NA	NA	21.8	33	40	43.6	64.2

1939	NA	NA	NA	24	43	50.8	55.4	74
1940	NA	NA	NA	14	28	42	63.2	73.8
1941	NA	NA	NA	10.8	18	19	35.4	52
1942	NA	NA	NA	18	31	37.6	43.8	77
1943	NA	NA	NA	14	16	24	36	55
1944	NA	NA	NA	16.2	24.4	25	39.6	42.7
1945	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1946	NA	NA	NA	12.8	18	32.2	58.6	81.8
1947	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1948	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1949	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1950	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1951	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1952	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1953	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1954	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1955	NA	NA	NA	21.2	24.8	38	59.6	62.8
1956	13.6	NA	NA	25.4	29.4	37.8	54.6	63.8
1957	14	NA	NA	27.2	32.6	33.2	56	71.8
1958	NA	NA	NA	12.4	22.2	34.8	35.6	57.4
1959	NA	11.4	NA	14.4	31.4	53.8	77.8	118.2
1960	NA	NA	NA	15	24.4	46.4	59.8	81.8
1961	7.6	NA	NA	11	16.4	34.4	58.2	80.6
1962	20	NA	NA	40.8	40.8	40.8	40.8	50.5
1963	15	26	NA	30.6	36.6	37.8	38	60
1964	NA	6.6	NA	10.2	13.6	19	25.4	50
1965	10.4	11.4	NA	13	31.6	60	92.4	124
1966	15	15.2	15.8	16.2	21	42	74	123
1967	NA	4.0	5.0	10	27	29	42	80
1968	6.4	7.4	10.4	14.4	22.4	25.6	36.8	52.4
1969	10.8	15.4	18	19.2	25.8	39.8	60.6	68.6
1970	11.6	15.2	NA	15.4	18	29.4	41.2	72.8
1971	16	18.0	32	33.4	37.4	37.6	38.4	63.4
1972	21.6	21.8	NA	21.8	22.6	24.2	41.8	58.8
1973	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1974	7.0	10.0	16.0	19.0	27.2	32.4	33.4	43.4
1975	13.4	NA	NA	19.8	29.2	30	46.6	67.2
1976	NA	9.2	NA	12.8	22	41	63	92.6
1977	8.8	10.6	12.4	12.8	16.6	28.6	47	54
1978	7	7.8	8.6	9	15.6	30	39.8	49.4
1979	17	19	23.6	31.6	54.4	56.8	57	97.6
1980	11.0	11.0	11.0	11.0	11.4	21.0	24.2	28.8
1981	12.2	12.6	14.2	16	23.8	34.2	48.2	96.4
1982	10.2	11.6	12.4	14	22.2	28.4	33.8	51.2
1983	13	26	28.2	28.6	31.4	33	50	55.4

1984	9.6	10.8	12.4	12.6	25	29.2	40.8	43.2
1985	10.2	11.6	15.8	21	28.4	39.6	45.6	53
1986	8.4	11.4	11.4	11.0	21.4	34.6	54	108
1987	16	31.8	41.8	41.8	73.2	81	81	81
1988	10	12.8	13.4	13.4	18.4	32.4	40.6	53.8
1989	11	20	30	39.8	53.4	54.8	55	58.2
1990	6	10	13	16.4	26	34.6	53.6	64
1991	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1992	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1993	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1994	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1995	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1996	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1997	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1998	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1999	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2000	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2001	11.6	16.2	21	22.2	38.2	39	50.2	63.2
2002	15.2	21.6	24.6	25.4	36.8	39.4	49.8	75.8
2003	18.6	24	26.4	27.2	29.6	38.4	62.6	77.6
2004	18.2	34.8	46.4	52.2	61.2	63.2	66.8	67.8
2005	16.2	23.6	26.8	27.4	31.8	32.6	38.6	55.2
2006	19.6	30.8	37	39.8	53.2	53.2	53.2	53.2
2007	13.4	13.8	16.4	19	20	26.4	36.2	63.8
2008	10.2	17.2	17.6	18.8	27.2	34.4	45.8	65.2
2009	10.6	13	15.6	17.8	21.8	36.4	58.8	75.2

Tabella 1.1 -Serie di dati analizzata-

Da una prima analisi si può notare che i dati relativi ad 1, 3, 6, 12, 24 ore sono abbastanza buoni poiché non sono presenti errori grossolani, infatti i numeri in ogni riga sono crescenti da sinistra a destra; relativamente invece ai 15, 30, 45 minuti i dati sono un po' meno buoni in quanto sono presenti molti "buchi", si valuta perciò prima di sviluppare i calcoli se le precipitazioni inferiori ad un'ora possono ritenersi valide per calcolare le Linee Segnalatrici di Possibilità Pluviometrica.
In Figura 1.2 si riporta il grafico a scatola relativo agli scrosci:

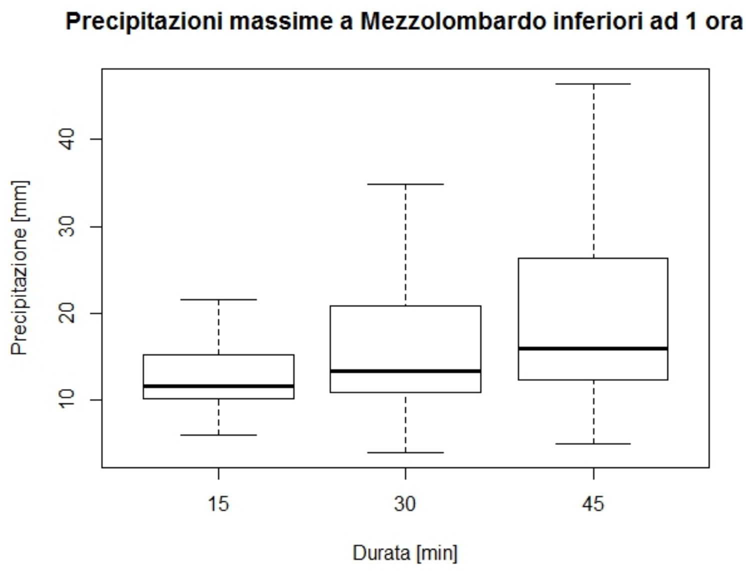

Figura 1.2 -Boxplot scrosci-

Nella Figura 1.3 si riporta invece il grafico relativo alle precipitazioni per durate almeno pari ad 1 ora:

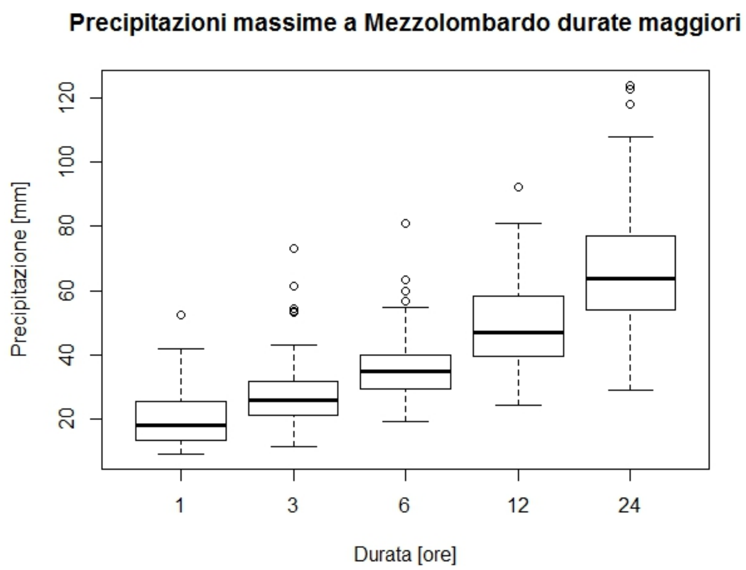

Figura 1.3 -Boxplot precipitazioni lunghe-

Infine, in figura 1.4 si riportano i grafici uniti:

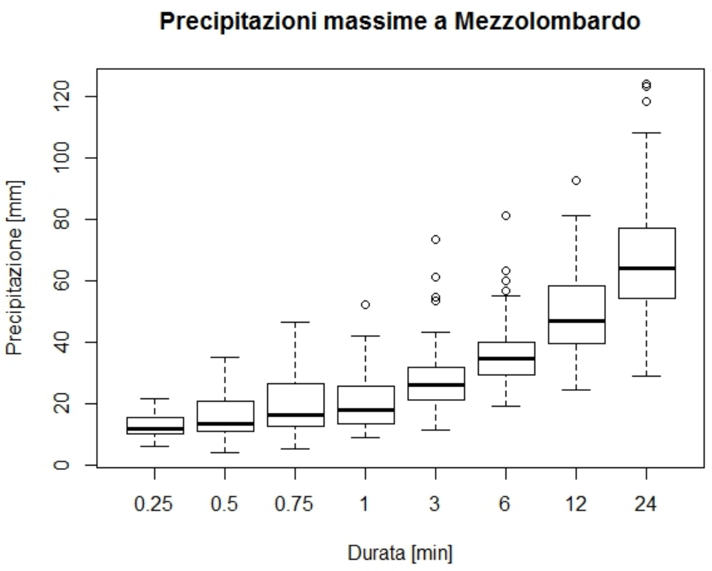

Figura 1.4- grafici uniti-

Come preventivato i dati delle durate inferiori ad un'ora non sono di buona qualità, infatti osservando la Figura 1.4 si vede che la mediana, cioè la linea in grassetto all'interno dei box, è pressoché identica a quella delle precipitazioni di durata pari ad un'ora.
Per quanto detto sopra si ritengono i dati degli scrosci non affidabili pertanto si escludono dal calcolo.

CAPITOLO 2 -CALCOLO DELLE LSPP-

2.1 METODO DI CALCOLO

Per il calcolo si utilizza la distribuzione di Gumbel pertanto, l'obiettivo è quello di calcolare i due parametri della distribuzione per ciascuna durata di precipitazione.
La distribuzione è definita da:

$$F_{(x;a,b)} = e^{-e^{\frac{-(x-a)}{b}}}$$

dove:
b è il parametro di forma;
a è il parametro di posizione (la moda).

la media della distribuzione è data da:

$$E[x] = b \cdot \gamma + a$$

dove:

γ è la costante di Eulero-Mascheroni pari a 0.57721566490.

la mediana è:

$$a - b \cdot \ln(\ln(2))$$

la varianza é:

$$Var[x] = b^2 \cdot \frac{\pi^2}{6}$$

Per determinare i parametri a e b migliori si utilizzano 3 metodi:

- Metodo dei momenti;
- Metodo dei minimi quadrati;
- Metodo della massima verosimiglianza.

Infine, per determinare la miglior coppia di parametri si utilizzerà il test di Pearson o del χ^2.

2.1.1 Metodo dei momenti

Il metodo dei momenti consiste nell'eguagliare la media μ del campione con la media della distribuzione e la varianza σ^2 del campione con la varianza della distribuzione
ovvero:

$$\begin{cases} b \cdot \gamma + a = \mu \\ b^2 \cdot \dfrac{\pi^2}{6} = \sigma^2 \end{cases}$$

dove invertendo le formule si ottiene:

$$\begin{cases} a = \mu - b \cdot \gamma \\ b = \sqrt{\dfrac{6 \cdot \sigma^2}{\pi^2}} \end{cases}$$

che, essendo un sistema di due equazioni in due incognite è possibile risolvere.

2.1.2 Metodo dei minimi quadrati

Il metodo dei minimi quadrati consiste nel definire lo scarto quadratico medio tra le misure di ECDF e la probabilità di non superamento $P[X<x;\theta]$ con θ parametri della distribuzione e nel minimizzare questo scarto.
Lo scarto quadratico si calcola come:

$$\delta(\theta)^2 = \sum_{i=1}^{N} (F_i - P[X < x_i; \theta])^2$$

dove:
F_i è la ECDF i-esima.

Si ottengono tante equazioni quanti sono i parametri.
Per minimizzare lo scarto è sufficiente derivare l'espressione rispetto ai parametri e trovare dove questa si annulla, ovvero dove i parametri assumono il valore più probabile, si ritiene perciò valida l'assunzione che i parametri più probabili siano anche i più plausibili; i nostri parametri sono a e b pertanto:

$$\frac{d\delta^2}{da} = 0\ ;\ \frac{d\delta^2}{db} = 0$$

ciò però da luogo ad un sistema non lineare pertanto si può linearizzare la distribuzione come segue:

$$-\ln(-\ln(P[X < x_i]))$$

ricordando che $P[X<x_i]$ è la distribuzione di Gumbel relativa all'i-esimo parametro si ottiene

$$-\ln(-\ln(P[X < x_i])) = \frac{1}{b}(x - a)$$

che rappresenta l'equazione di una retta della quale si stimeranno i parametri incogniti che sono il coefficiente angolare e l'intercetta.
Perciò si ottiene:

$$\delta'(\theta)^2 = \sum_{i=1}^{N}(F_i - mx_i - q)^2$$

dove:
m = b^{-1};
q= -a·m.

Perciò per minimizzare il quadrato degli scarti si pone:

$$\frac{d\delta'^2}{dm} = 0 \; ; \; \frac{d\delta'^2}{dq} = 0$$

e si stimano i relativi parametri.

2.1.3 Metodo della massima verosimiglianza

Il metodo si basa sulla valutazione della probabilità congiunta di ottenere una serie temporale registrata, ovvero, se si ipotizza l'indipendenza statistica delle osservazioni la probabilità congiunta diviene il prodotto delle singole probabilità, essa si chiama funzione di verosimiglianza, esprimendo tutto in logaritmi si ottiene la funzione di log-verosimiglianza nella quale il prodotto delle probabilità diviene una somma ovvero:

$$\log(P[\{x_1, \ldots \ldots, x_n\}; a, b] = \sum_{i=1}^{N} \log(P[x_i; a, b])$$

Se la serie di osservazioni è sufficientemente lunga la probabilità della sua osservazione è massima perciò i parametri si ottengono derivando e imponendo le derivate nulle:

$$\frac{d\log(P[\{x_1, \ldots \ldots, x_n\}; a, b]}{da} = 0 \; ; \; \frac{d\log(P[\{x_1, \ldots \ldots, x_n\}; a, b]}{db} = 0$$

Da cui si ottiene un sistema non lineare.
In R esiste il pacchetto MASS in cui è già implementata questa funzione, si farà ricorso ad esso.

2.1.4 Test di Pearson

Una volta calcolati i parametri coi metodi sopradescritti si ottengono 3 coppie di valori pertanto bisogna determinare quale di queste sia la coppia più corretta, a tale scopo si utilizza il Test di Pearson o del χ^2 che in sostanza consiste nel valutare il minimo χ^2 come segue:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(Valore\ osservato - Valore\ atteso)^2}{Valore\ atteso}$$

in cui K è il numero di intervalli in cui si sono suddivise le N misure
Relativamente al nostro caso si ottiene:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(N_i - n(P[X < x_{i+1}] - P[X < x_i])^2}{n(P[X < x_{i+1}] - P[X < x_i])}$$

in cui:

N_i è il numero di campioni ottenuto;
n è il numero totale di osservazioni;
$n(P[X < x_{i+1}] - P[X < x_i])$ è il numero di campioni che mi aspetto di trovare nell'intervallo corrispondente.

2.2 RICERCA DEI PARAMETRI

Sviluppando i calcoli su R si ottengono i seguenti risultati (Tabella 2.1):

Durate	M. momenti		M. minimi quad.		M. maxveros.	
	a	b	a	b	a	b
1 ora	16,00402	7,42333	15,45539	7,32376	16,25417	6,30201
3 ore	23,02462	9,61418	22,49954	9,32801	23,41255	8,33028
6 ore	31,55399	9,14622	31,10416	8,71576	31,73650	8,70971
12 ore	43,21938	10,60499	42,67643	10,60683	43,12179	11,06907
24 ore	58,98182	15,53375	58,09322	18,89539	59,14189	15,48371

Tabella 2.1 - a parametro di posizione, b parametro di forma-

Le relative curve diventano:

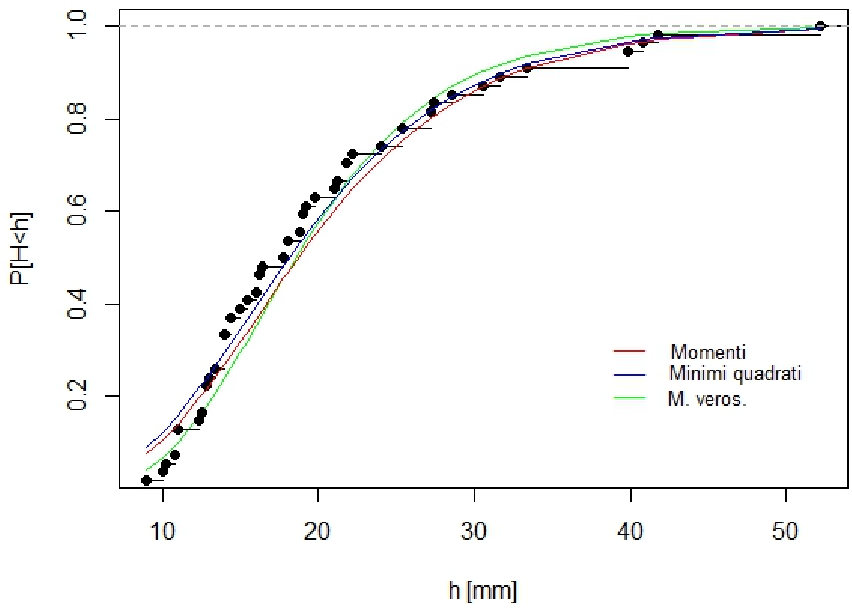

Figura 2.1 - Grafico 1 ora-

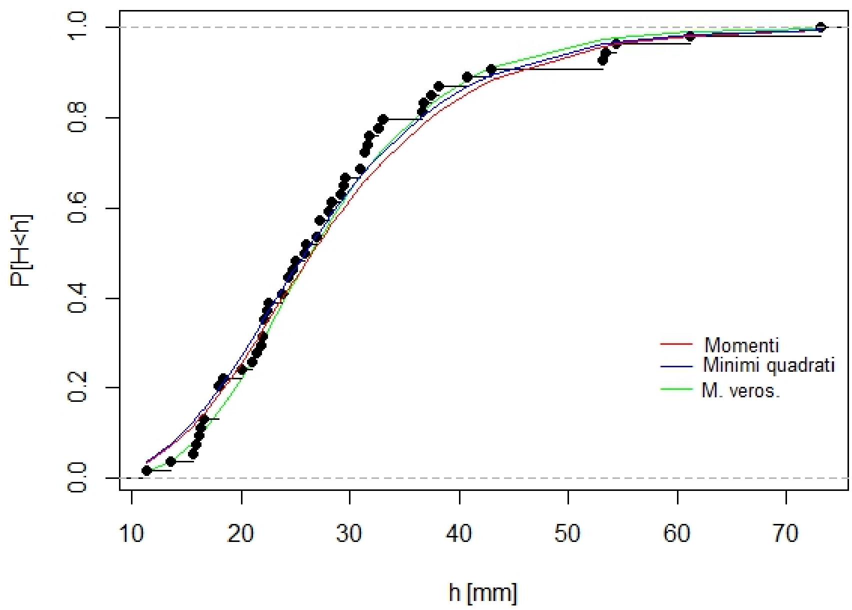

Figura 2.2 - Grafico 3 ore-

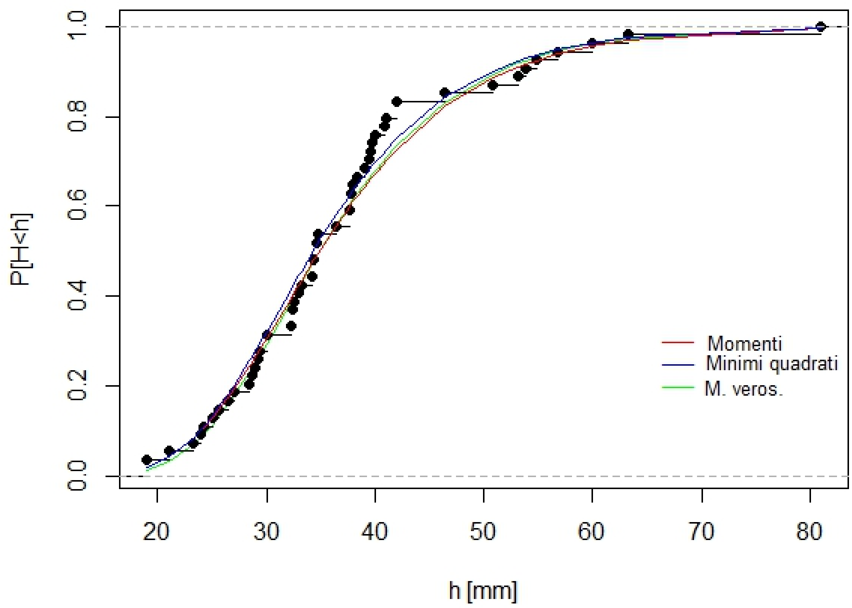

Figura 2.3 - Grafico 6 ore-

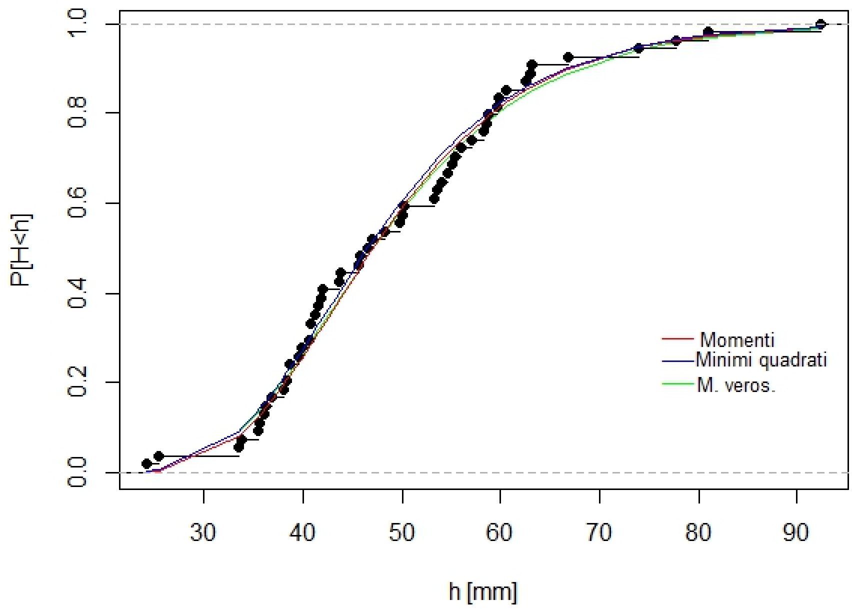

Figura 2.4 - Grafico 12 ore-

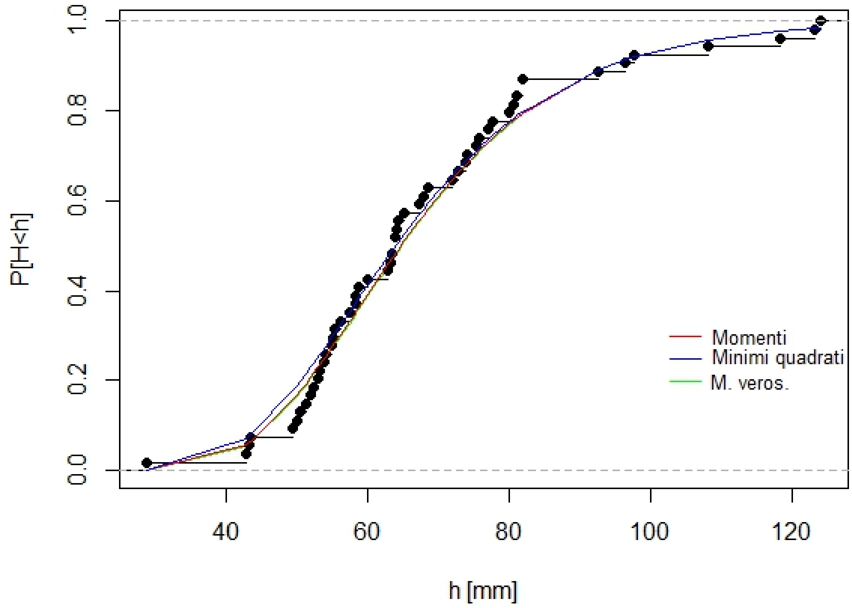

Figura 2.5 - Grafico 24 ore-

2.3 RISULTATI DEL TEST DI PEARSON

Attraverso il test di Pearson sono stati stabiliti i parametri più affidabili, i risultati sono riportati in Tabella 2.2:

Durate	Test migliore	χ^2	Parametri	
			a	b
1 ora	Max veros.	2,481481	16,25417	6,30201
3 ore	Minimi quadrati	0,2592593	22,49954	9,32801
6 ore	Max veros.	2,1111111	31,73650	8,70971
12 ore	Momenti	1,740741	43,21938	10,60499
24 ore	Max veros.	4,148148	58,98182	15,53375

Tabella 2.2 -Risultati del test di Pearson-

Pertanto si ottengono le relative curve di distribuzione di Gumbel:

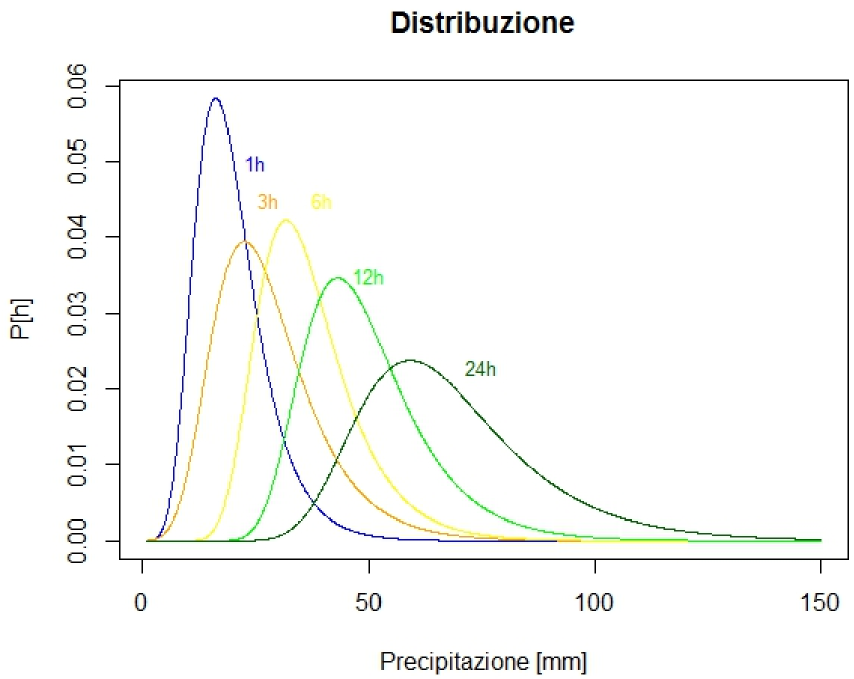

Figura 2.6 - Distribuzione relativa alle varie durate-

e di densità di probabilità:

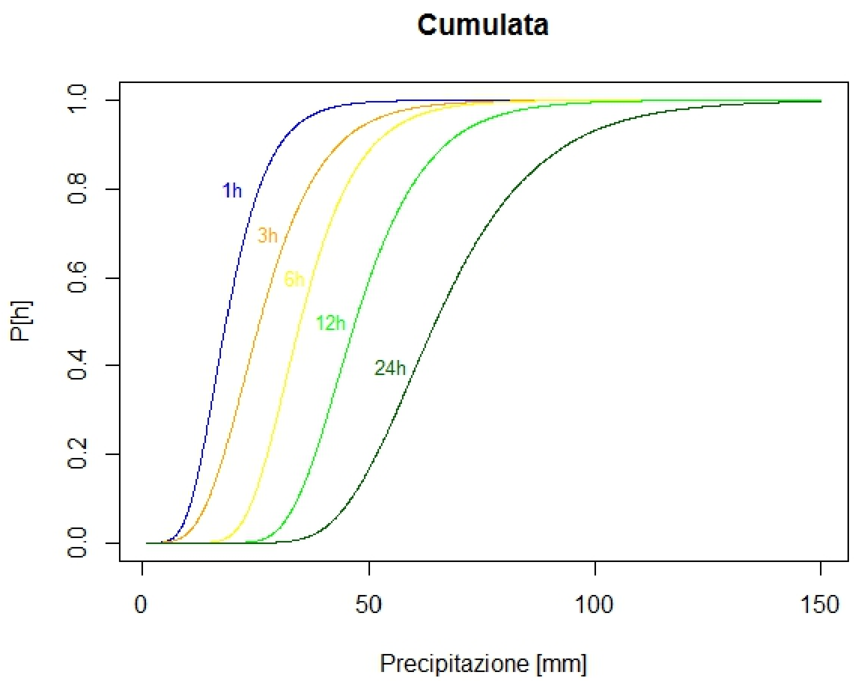

Figura 2.7 - Cumulata relativa alle varie durate-

2.4 CALCOLO DELLE LINEE SEGNALATRICI DI POSSIBILITA' PLUVIOMETRICA

Per il calcolo delle LSPP bisogna assegnare i tempi di ritorno, si sono scelti, per il caso in esame i tempi di 5, 10, 20, 25, 50 anni.
La probabilità in funzione del tempo di ritorno è espressa come:

$$P = 1 - \frac{1}{T_r}$$

dove T_r è il tempo di ritorno espresso in anni.
Nella Figura 2.8 si può notare come a tempi di ritorno maggiori corrispondano, a parità di durata altezze di precipitazione maggiore, essendo esso legato alla probabilità.
Le linee segnalatrici per i tempi di ritorno assegnati risultano allora:

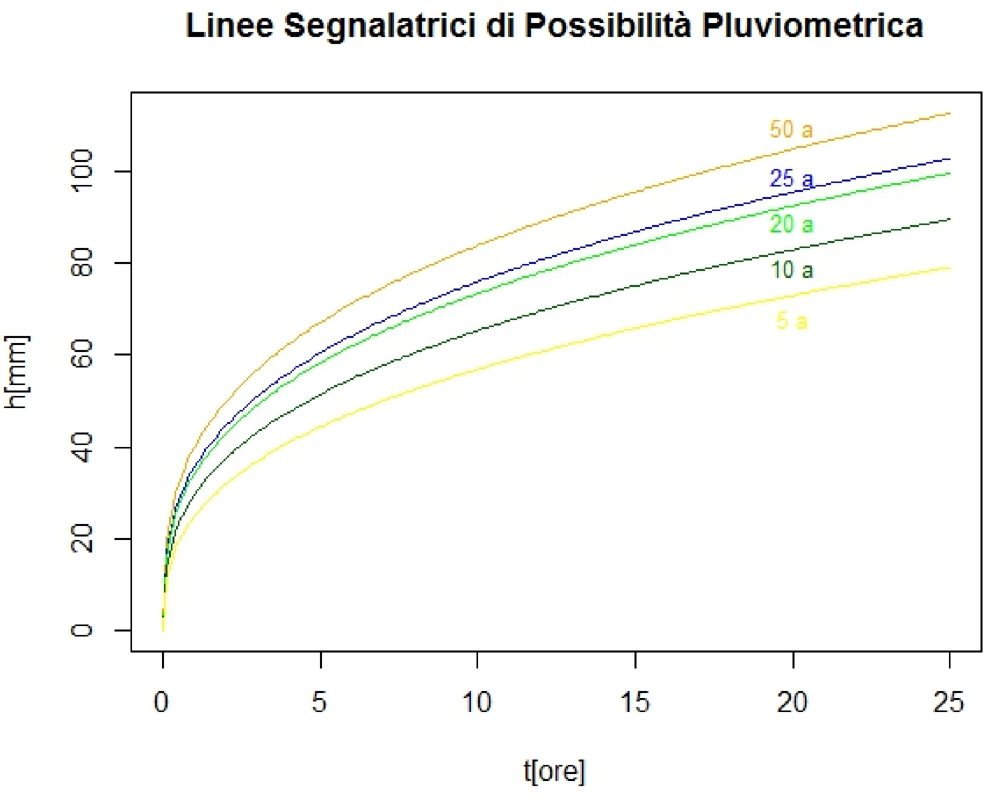

Figura 2.8- LSPP per assegnati tempi di ritorno-

Infine, espresse nel piano bi-logaritmico:

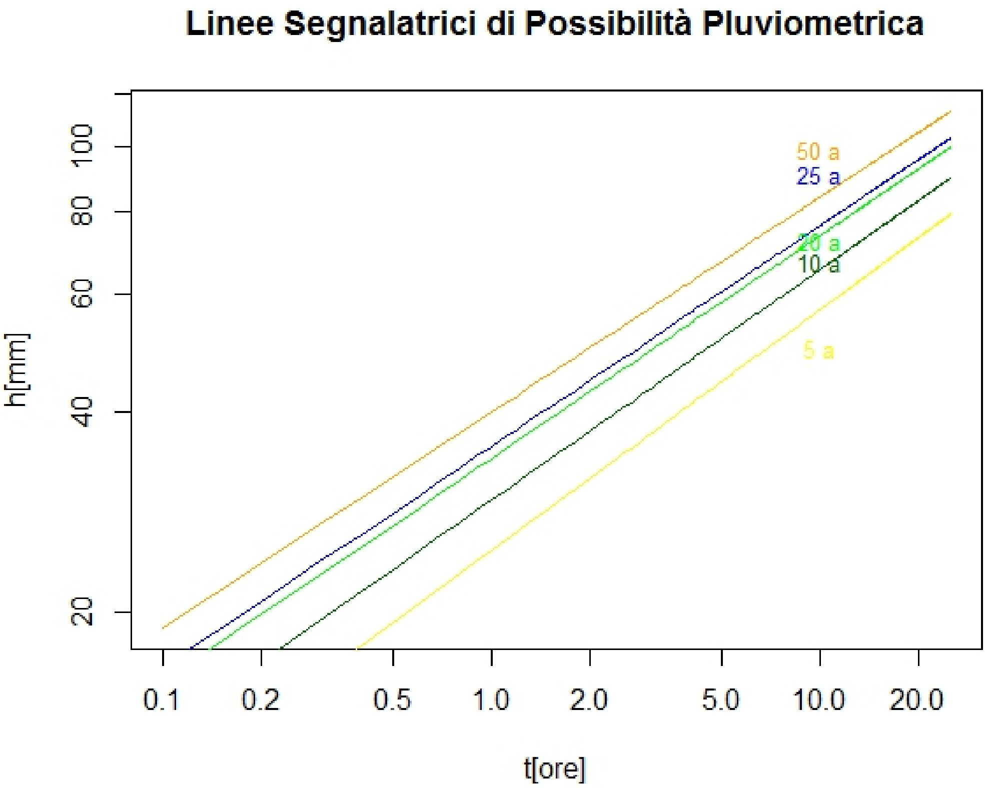

Figura 2.9-LSPP nel piano bilogaritmico-