UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRENTO

a.a. 2014/2015

Ingegneria per l'ambiente e il territorio

Corso di Idrologia

RELAZIONE PLUVIOMETRICA [Stazione San Silvestro (TN)]

Prof. Ing. Riccardo Rigon

Tosin Andrea 160616

INDICE

1) INTRODUZIONE

Prendendo in esame i dati pluviometrici relativi alle precipitazioni massime della stazione meteorologica di San Silvestro, si vogliono costruire delle curve di possibilità pluviometrica.
San Silvestro è un paesino che si trova sul monte Togota, nel comune di Imèr, e appartiene dunque al bacino del fiume Cismon. Esso è conosciuto per via della chiesetta di S. Silvestro, legata a due leggende.

Stazione meteorologica di San Silvestro

I seguenti dati sono stati ricavati dall'archivio dati meteo disponibile nel sito di MeteoTrentino (http://www.meteotrentino.it/), e contengono le precipitazioni di massima intensità (in altezze di pioggia misurata in millimetri) dall'anno 1936 al 1987; suddivisi nelle durate di: 1 ora, 3 ore, 6 ore, 12 ore, 24 ore.

anno	1 ora (mm)	3 ore (mm)	6 ore (mm)	12 ore (mm)	24 ore (mm)
1936	16	32,8	50,8	73	91,4
1937	15,6	27	35,4	55,8	58,2
1938	21,6	32,2	38,2	55	102,2
1939	27	31	48	69	94,8
1940	12	22	39	72	90
1941	16	35,6	42	51	88
1942	24	35	45,6	49,6	73
1943	21	31	40	53	63
1944	NA	NA	NA	NA	NA
1945	NA	NA	NA	NA	NA
1946	10,4	19,4	25	40	63,6
1947	38	52,8	53	57	76,4
1948	30,6	35,8	47,6	51,4	57,4
1949	36,4	37,8	37,8	52	83,4
1950	16	18,2	35,4	44,8	57,4

1951	21,2	33,8	57	88,6	119,2
1952	20,8	32,2	50,6	78,4	114,2
1953	19,2	33	45	73,2	95,6
1954	17,6	30,8	49,6	49,8	81,6
1955	23,2	24	34,6	40,2	47,4
1956	20	31	56,2	95,6	113,2
1957	26,4	31	35	57,4	73,4
1958	13,2	25,4	29,4	48,8	76,4
1959	20,8	23,8	44,6	62,6	109,4
1960	12,4	22,2	42	67,6	77,4
1961	16,2	18,6	31,2	59,6	83,8
1962	28,4	30,4	31,4	54,4	80,7
1963	20,6	38,8	45,8	54,8	73,8
1964	16,4	23	43	76,8	96,2
1965	14	33	54,4	89,2	113,2
1966	15	41	71	116,6	187
1967	11,8	12,2	16	20	54
1968	18	29,4	39,6	51,8	84,8
1969	20,2	21,8	23,6	25	50,4
1970	27,2	42,8	60,8	69	69,6
1971	27	31,6	46,2	79,8	121
1972	21,8	29,6	36,4	62,2	82,2
1973	25	27,4	39	58,2	67
1974	16,8	25,8	32,4	38,6	45,8
1975	22,8	30	39,6	60,2	105,6
1976	21,2	26,4	45	77,4	121,4
1977	21	28,8	38,2	53	68,8
1978	16,4	31,4	59	95	134,8
1979	20,2	22,6	44,2	68,6	102,8
1980	24,6	54,4	88,6	121,2	160,4
1981	18,2	37	50,8	83,6	150,2
1982	21,2	35,6	46,6	58,2	66,8
1983	34,6	37,4	60	81,6	98,4
1984	18,4	41,2	63,4	92,6	105,6
1985	23,4	30,8	49,2	51,8	69,6
1986	13,6	17,6	33,6	67	133,6
1987	22,2	38	51	76,8	93,4

2) METODO DI SVOLGIMENTO

2.1 *Software R*

R è un ambiente open source per l'analisi statistica dei dati. Esso permette di elaborare grandi quantità di dati tramite l'esecuzione di calcoli e le rappresentazioni di grafici.
In questo caso specifico R (utilizzato tramite R-Studio) permette di ricavare i parametri più soddisfacenti delle curve di Gumbel, di rappresentarle e di ricavare le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica.

2.2 *Scopo*

Lo scopo dello studio è di ricavare le Curve di possibilità pluviometrica (LSPP), ossia:

$$h(t_p T_r) = a(T_r) t_p^n$$

ovvero l'equazione che eguaglia l'altezza di precipitazione e una legge di potenza che contiene il parametro a, funzione del tempo di ritorno.

2.3 *Tempo di ritorno*

Il tempo di ritorno è definito come il tempo che intercorre tra due fenomeni di eguale altezza di precipitazione e durata. Esso può essere applicato a fenomeni atmosferici, come le precipitazioni, per stimarne gli eventi estremi.

$$T_r = \frac{T}{l} = \frac{nm}{l} = \frac{m}{ECDF(h)} = \frac{m}{1 - Fr(H \leq h)}$$

In cui ECDF è la frequenza empirica di non superamento ("Empirical Cumulated Distribution Function"), cioè la frequenza delle misure che superano l'altezza di riferimento h. Inoltre *T* indica l'intervallo di tempo della misurazione, *n* sono le misurazioni effettuate, *m* il tempo di campionamento della singola misura, ed *l* il numero di eventi estremi nel dato intervallo di tempo.

2.4 *Distribuzione di Gumbel*

Per determinare le LSPP si devono stabilire le corrispondenze tra quantili e altezza di precipitazione. Le curve che si usano per interpolare i dati ad una distribuzione di probabilità sono le Curve di Gumbel (nel nostro caso si ricaveranno tre curve di Gumbel per ogni durata, calcolate con tre diversi metodi).

La relazione della distribuzione di Gumbel è:

$$P[H < h, a, b] = e^{-e^{-\frac{h-a}{b}}}$$

Questa equazione parametrica permette quindi di mettere in relazione le altezze di precipitazione ed i tempi di ritorno associati. *a* e *b* (rispettivamente parametro di posizione e parametro di forma) sono i coefficienti da calcolare con la nostra analisi tramite in software R.

I tre metodi da utilizzare per completare la distribuzione di Gumbel sono:

- **Metodo dei momenti**

Permette di ricavare i parametri *a* e *b* tramite un procedimento di ricerca degli stimatori. Si devono eguagliare il momento campionario e la sua controparte, che caratterizza la popolazione, determinando lo stimatore. In questo caso *media* e *varianza* sono i due momenti da prendere in considerazione (2 momenti per 2 parametri).

Media: $\mu_h = b_\gamma + a$

Varianza: $\sigma_h^2 = b^2 \times \frac{\pi^2}{6}$

Che vengono imposti uguali ai *t* momenti della popolazione:

$$M_H[t;\theta] = \int_{-\infty}^{\infty} (h - E_H[h])^t pdf_H(h;\theta)dh$$

- **Metodo della massima verosimiglianza**

Si massimizza la funzione di verosimiglianza, definita in base alla probabilità di osservare una data realizzazione campionaria, condizionatamente ai valori assunti dai parametri oggetto di stima. In pratica si valuta la probabilità composta di ottenere la serie temporale registrata. La funzione di verosimiglianza è:

$$P[h_1, \dots h_n, a, b] = P[h_1, \dots h_n | a, b] = \prod_{i=1}^{N} P[h_i | a, b]$$

La funzione viene riscritta in forma logaritmica per semplificare i conti: $log \prod_{i=1}^{N} P[h_i|a,b]$

Per trovare i valori dei parametri si devono porre nulle le derivate rispetto agli stessi parametri *a e b* della funzione "log-verosimiglianza".

- **Metodo dei minimi quadrati**

Questo metodo permette di trovare una funzione che si avvicini il più possibile ad un'interpolazione di un insieme di dati; cioè questa funzione deve minimizzare la somma dei quadrati delle distanze dai punti dati.

Nel caso in esame consiste nel definire lo scarto quadratico medio tra le misure e la probabilità di non superamento:

$$\delta^2(\theta) = \sum_{i=1}^{n} (F_i - P[H < h_{i;}\theta])^2$$

In cui:

- $\delta^2(\theta)$ è lo scarto quadratico;
- F_i è la frequenza empirica di non superamento;
- $P[H < h_{i;}\theta]$ è la probabilità.

Se si impongono nulle le derivate parziali dello scarto quadratico medio rispetto ai parametri (*a* e *b*) si ottiene il minimo (con *m* incognite in *m* equazioni):

$$\frac{\partial \delta^2(\theta_j)}{\partial \theta_j} = 0, j = 1, \dots, m$$

2.5 *Test di Pearson (χ^2)*

Si esegue il test di Pearson (detto anche "test del chi-quadro") che permette di determinare quale coppia di parametri delle curve di Gumbel approssima meglio la distribuzione dei dati.

Procedimento:

a. Suddividere il campo di probabilità in *k* parti;
b. Derivarne una suddivisione del dominio;
c. Contare il numero di dati in ciascuna suddivisione;
d. Ricavare la funzione chi-quadro:

$$\chi^2 = \frac{N_j - n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j])^2}{n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j])}$$

Ricordando che N_j indica il numero di elementi che ricadono in un dato intervallo *j*, e $P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j]$ è la probabilità di ricadere all'interno di un certo intervallo.

Ricavati i tre valori di χ^2 grazie al test di Pearson applicato ai tre metodi, si elegge il metodo con questo valore minore rispetto agli altri (per lo stesso intervallo temporale di precipitazione).

2.6 *Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica (LSPP)*

Determinati i valori di *a* e *b* e fissato il tempo di ritorno legato alla probabilità di non superamento:

$$P_{NS} = 1 - \frac{1}{T}$$

Si determina il valore *h()* (con il corrisposto tempo di ritorno) dalla relazione che si ricava esplicitando la distribuzione di proprietà di Gumbel rispetto ad *h*:

$$h_t(T) = a - blog(\log(1 - \frac{1}{T}))$$

Applicando questo procedimento a tutte le serie temporali di ottengono per ogni durata *t* una serie di valori *(t,*$h_t(T)$*)* da riportare in un grafico.

3) ELABORAZIONE DEI DATI E RISULTATI

a. Precipitazioni totali

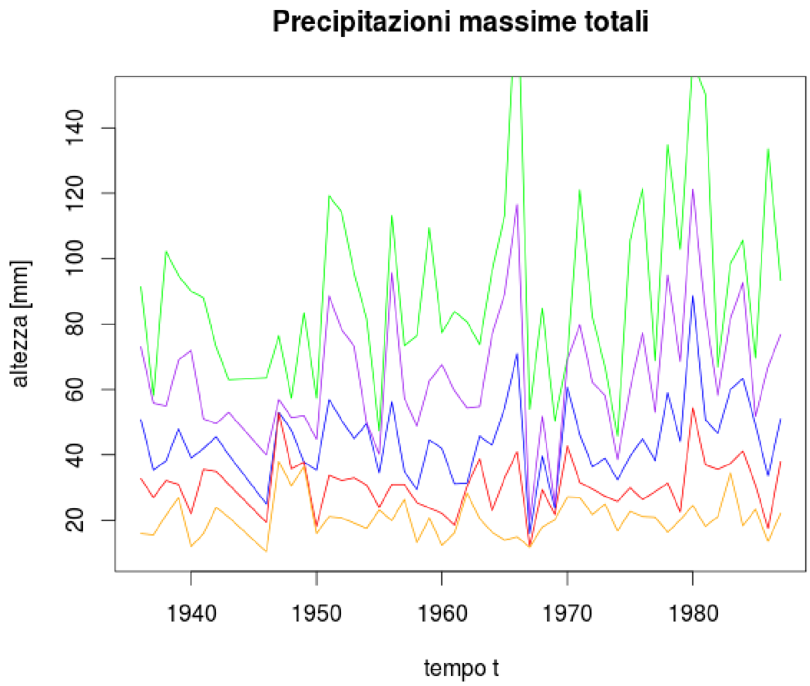
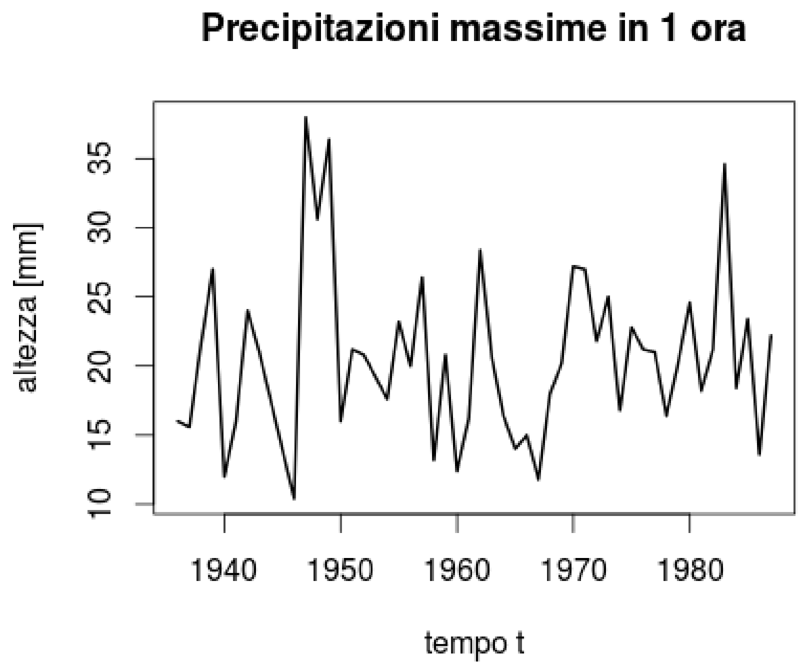


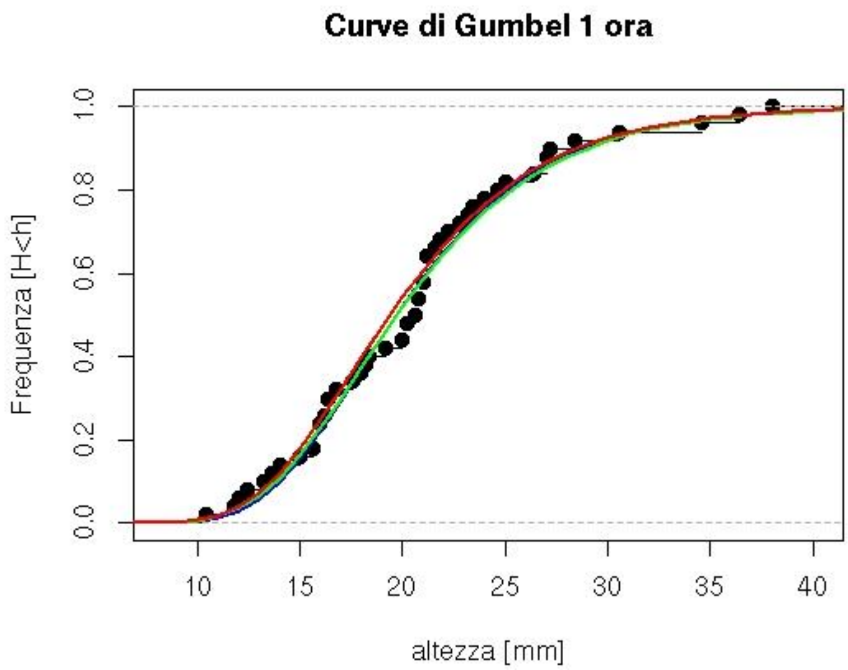
Grafico rappresentante le precipitazioni massime annuali di tutte le durate.
Dal basso all'alto: 1h, 3h, 6h, 12h, 24h

b. **Durata: 1 ora**

- **Precipitazioni massime**



- **Curve di Gumbel**



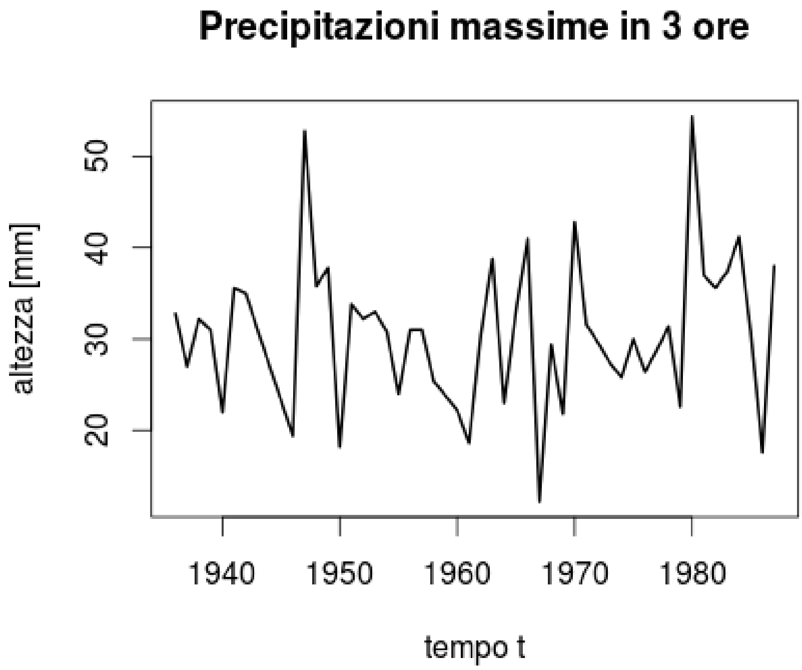
Rappresentazione della curva di Gumbel tramite i 3 metodi:
*Momenti=blu
*Massima Verosimiglianza=verde
*Minimi Quadrati=rosso

- **Risultati dei tre metodi**

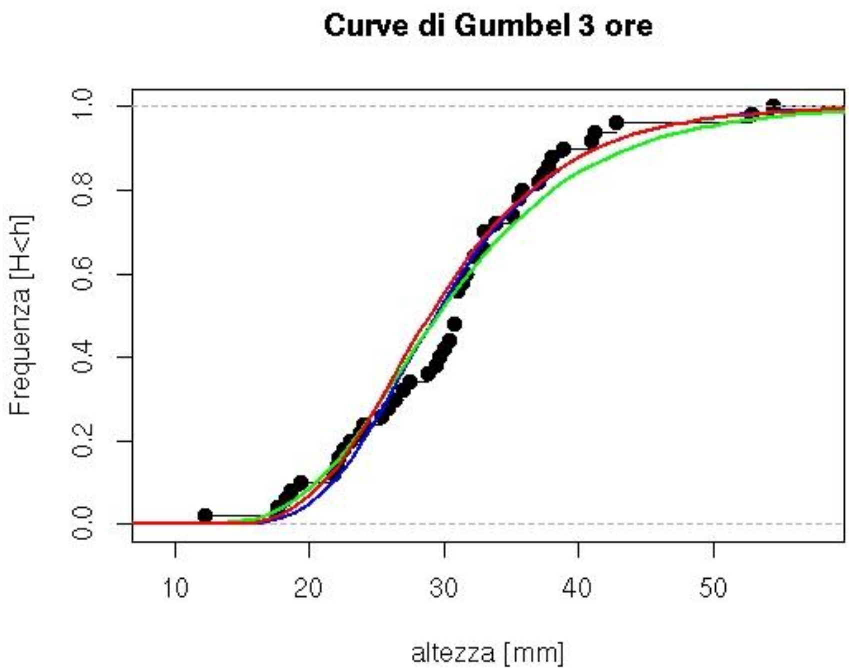
	Momenti	*Massima verosimiglianza*	*Minimi Quadrati*
a	17.96	17.90	17.60
b	4.76	4.91	4.84
	a1h	17.9627 (momenti: $X^2 = 0.6$)	
	b1h	4.7629	

c. Durata: 3 ore

- **Precipitazioni massime**



- **Curve di Gumbel**



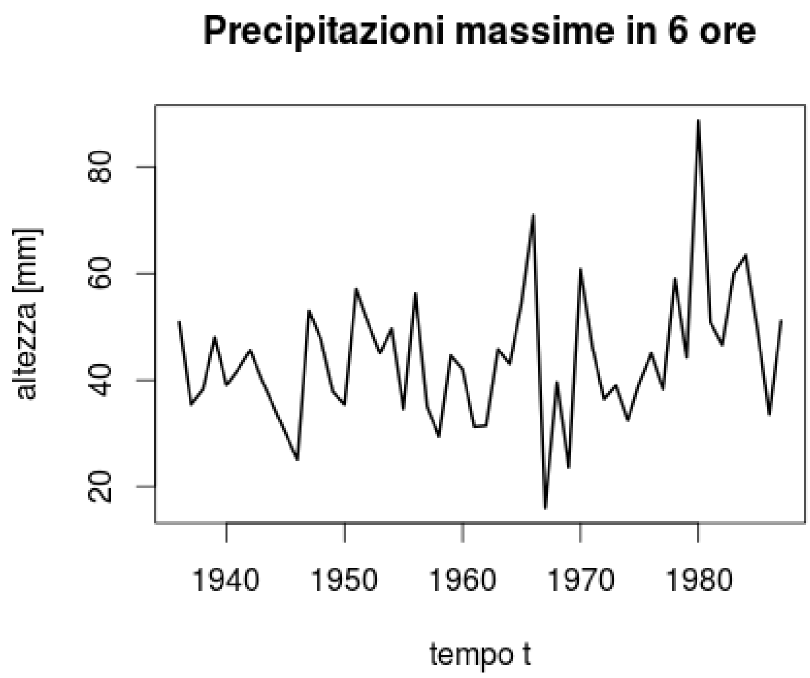
Rappresentazione della curva di Gumbel tramite i 3 metodi:
*Momenti=blu
*Massima Verosimiglianza=verde
*Minimi Quadrati=rosso

- **Risultati dei tre metodi**

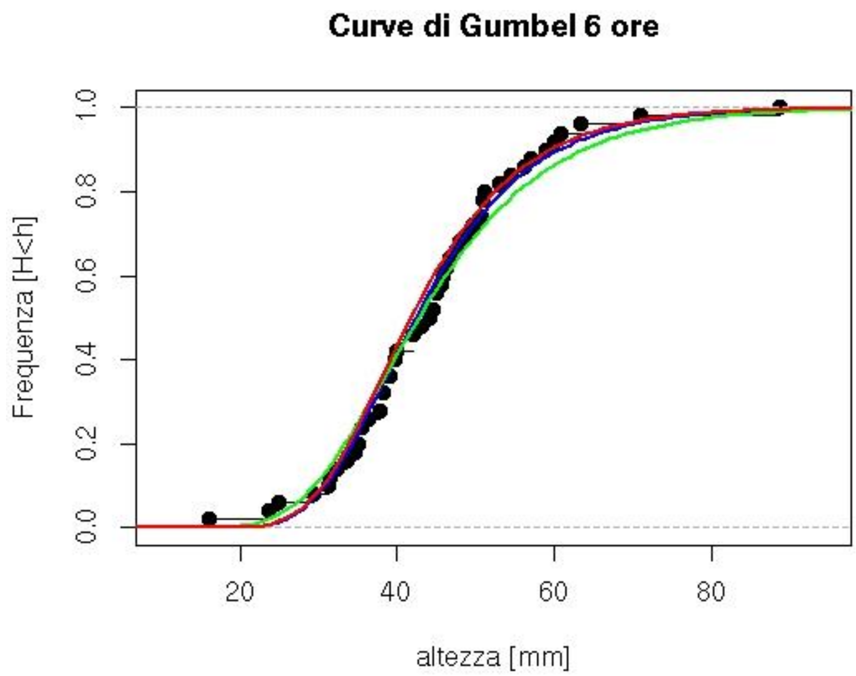
	Momenti	*Massima verosimiglianza*	*Minimi Quadrati*
a	27.00	26.80	26.50
b	6.38	7.50	6.57
	a3h	27.0052 (momenti: $X^2 = 2.2$)	
	b3h	6.3802	

d. Durata: 6 ore

- **Precipitazioni massime**



- **Curve di Gumbel**



Rappresentazione della curva di Gumbel tramite i 3 metodi:

*Momenti=blu

*Massima Verosimiglianza=verde

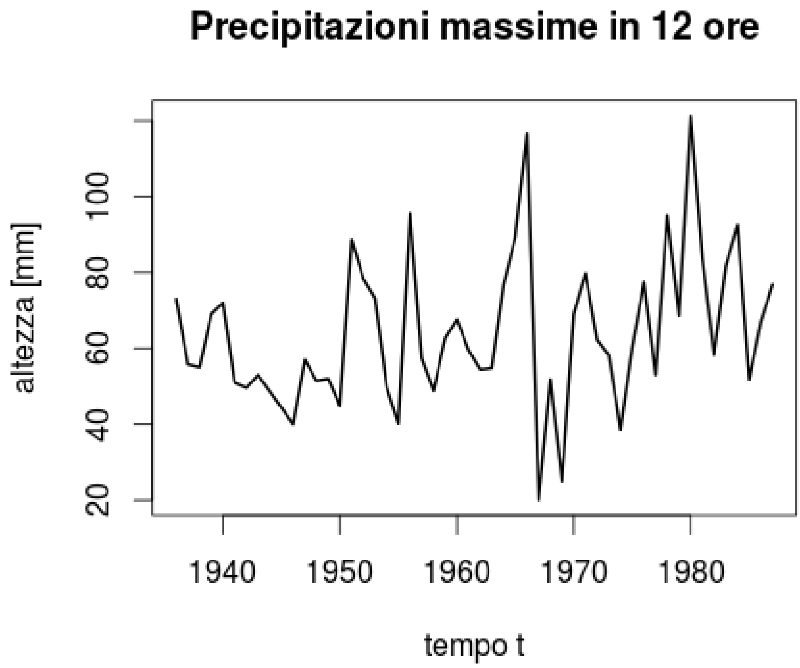
*Minimi Quadrati=rosso

- **Risultati dei tre metodi**

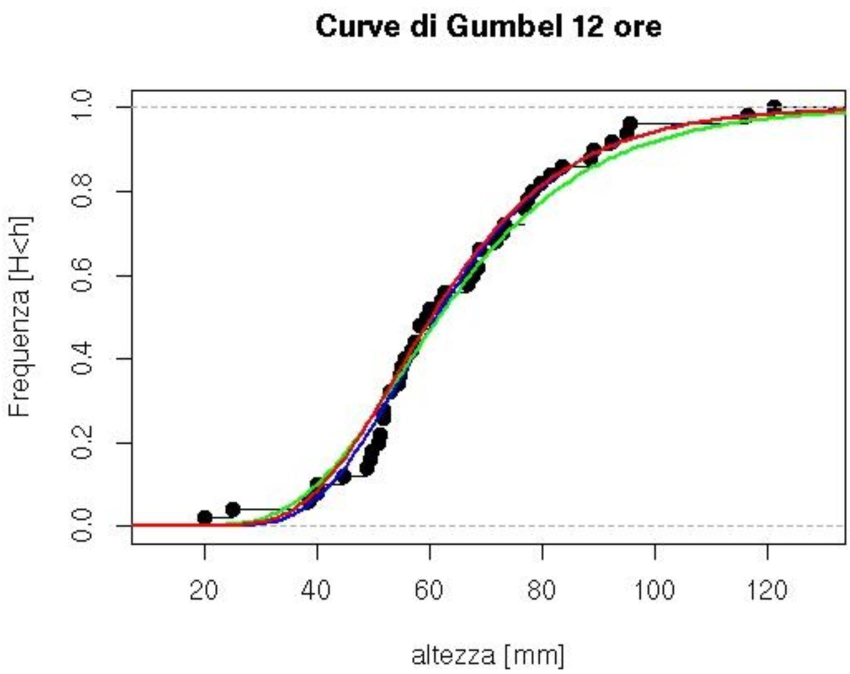
<table>
<tr><th></th><th>Momenti</th><th>Massima verosimiglianza</th><th>Minimi Quadrati</th></tr>
<tr><td>a</td><td>38.83</td><td>38.60</td><td>38.30</td></tr>
<tr><td>b</td><td>9.69</td><td>11.10</td><td>9.41</td></tr>
<tr><td></td><td>a6h</td><td colspan="2">38.8378
(momenti: X^2 =2.2)</td></tr>
<tr><td></td><td>b6h</td><td colspan="2">9.6985</td></tr>
</table>

e. Durata: 12 ore

- **Precipitazioni massime**



- **Curve di Gumbel**



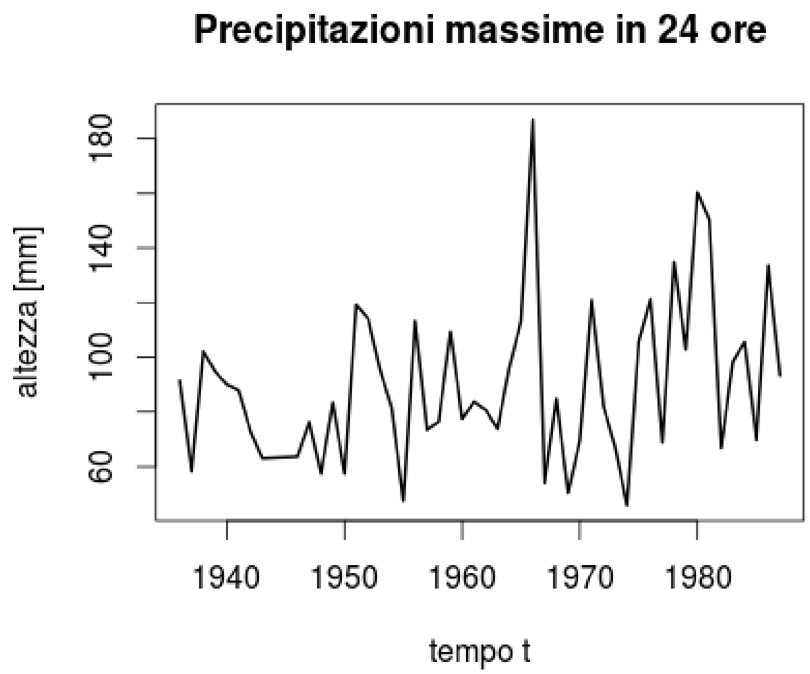
Rappresentazione della curva di Gumbel tramite i 3 metodi:
*Momenti=blu
*Massima Verosimiglianza=verde
*Minimi Quadrati=rosso

- **Risultati dei tre metodi**

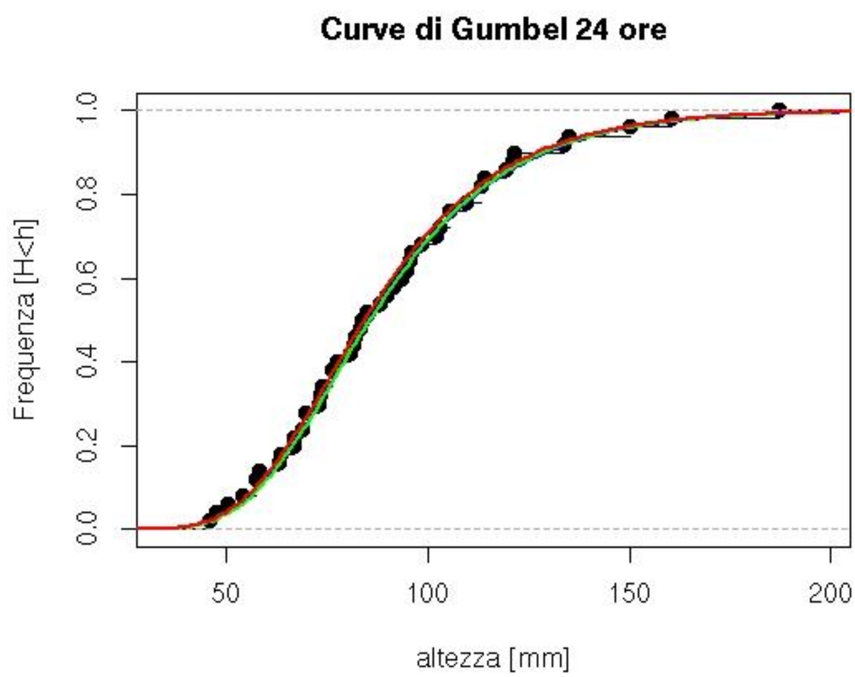
	Momenti	*Massima verosimiglianza*	*Minimi Quadrati*
a	55.52	55.10	54.50
b	15.67	18.10	16.10
	a12h	55.5270 (momenti: $X^2 = 4$)	
	b12h	15.6769	

f. Durata: 24 ore

- **Precipitazioni massime**



- **Curve di Gumbel**



Rappresentazione della curva di Gumbel tramite i 3 metodi:
*Momenti=blu
*Massima Verosimiglianza=verde
*Minimi Quadrati=rosso

- **Risultati dei tre metodi**

	Momenti	*Massima verosimiglianza*	*Minimi Quadrati*
a	77.22	77.30	76.00
b	23.07	22.80	22.60
	a24h	77.2291 (momenti: X^2 =0.4)	
	b24h	23.0778	

g. Curve di Gumbel e Densità di Probabilità

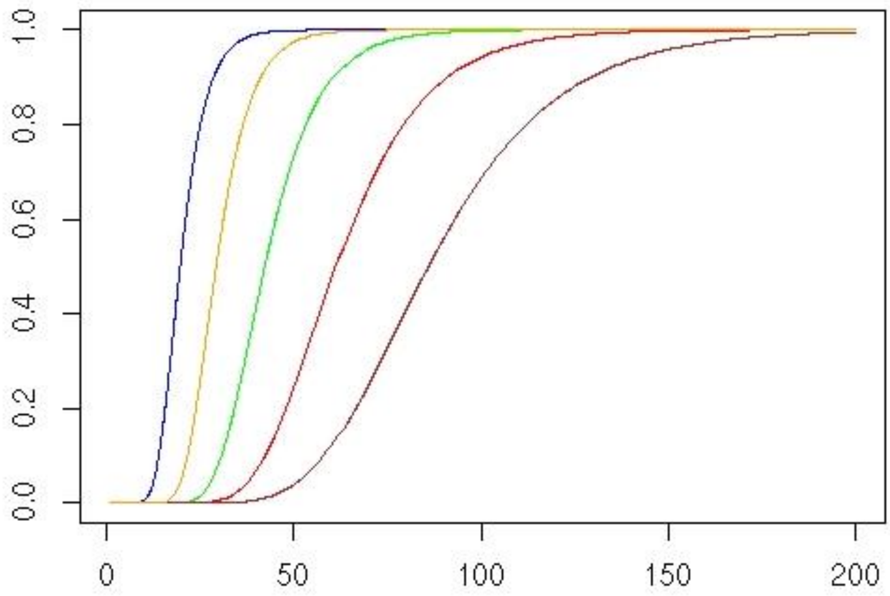
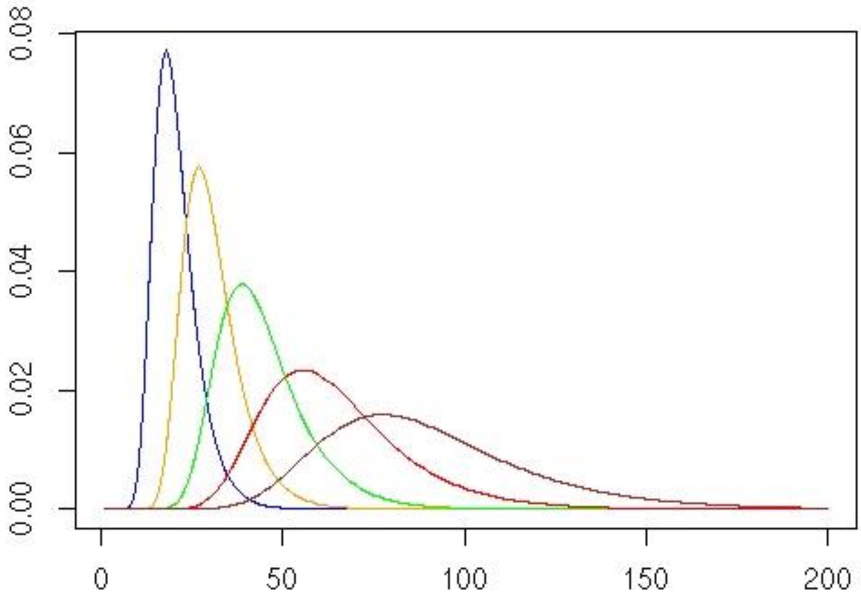


Grafico con rappresentazione unita delle curve di Gumbel per ogni durata.
Da sinistra a destra: 1h, 3h, 6h, 12h, 24h



Densità di Probabilità legate alle curve di Gumbel per ogni durata.
Da sinistra a destra: 1h, 3h, 6h, 12h, 24h

h. Linee Segnalatrici di Possibilità Pluviometrica

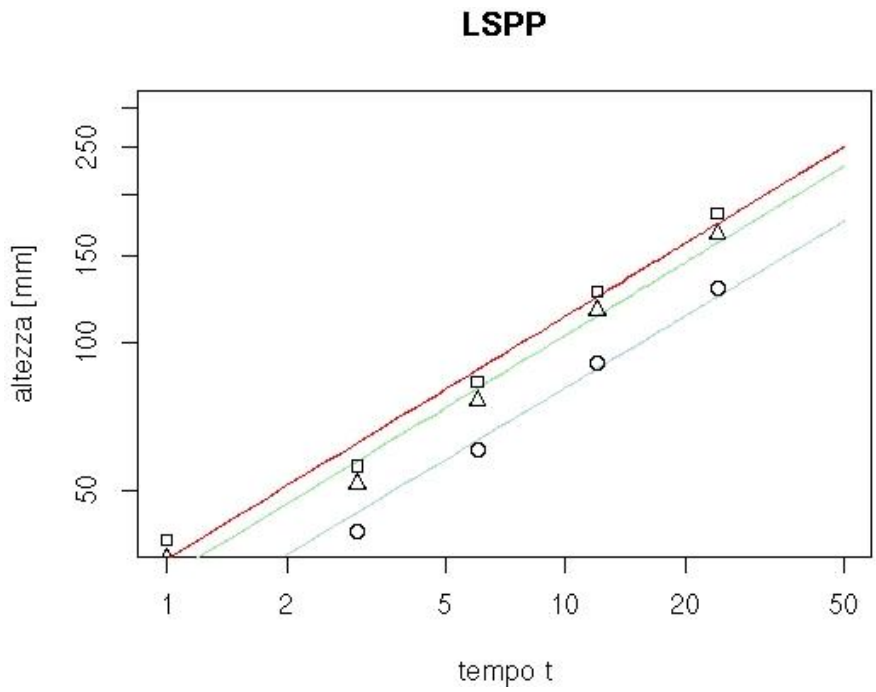


Grafico delle LSPP (in scala logaritmica):
*Curva di 10 anni=azzurro;
*Curva di 50 anni=verde;
*Curva di 100 anni=rosso.

4) BIBLIOGRAFIA

MeteoTrentino (http://www.meteotrentino.it/)

The R Project for Statistical Computing (https://www.r-project.org/)

Slides "Introduzione ad R", Riccardo Rigon (http://www.slideshare.net/SlidesIdrologia/9-introduzione-r)