



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria Civile
e Ambientale

CORSO DI IDROLOGIA

CURVE DI POSSIBILITA' PLUVIOMETRICA

Stazione di Borgo Valsugana (TN)



A.A. 2014/2015

Michele Pecoraro mat.157823

Docente: Riccardo Rigon

Indice:

| | |
|---|-----------|
| 1) Introduzione | 3 |
| 2) Stazione meteorologica e tabella dei dati | 3 |
| 3) Analisi dei dati | 6 |
| 4) Elaborazione dei dati e grafici delle curve di Gumbel | 7 |
| 5) Curve di possibilità pluviometrica | 15 |
| 6) Bibliografia | 17 |

1) Introduzione

Questa relazione presenta i risultati di un'elaborazione statistica dei dati pluviometrici registrati dalla stazione meteorologica di Borgo Valsugana (TN). Il lavoro ha avuto come risultato ultimo quello della “costruzione” delle curve di possibilità pluviometrica, utilizzando come dati quelli delle precipitazioni massime registrate dalla stazione meteorologica su diversi intervalli di tempo. L'elaborazione statistica è stata realizzata con *R*, attraverso l'interfaccia *RStudio*.

2) Stazione meteorologica e tabella dei dati

Per la raccolta dei dati da elaborare, è stata scelta la stazione meteorologica di *Borgo Valsugana (TN)*, per due motivi: la disponibilità di una sufficientemente lunga disponibilità di rilevazioni (sono raccolti dati dal 1920) e la vicinanza al bacino del *Rio Val Coalba*, oggetto di una precedente analisi geomorfologica.



La posizione della stazione e i dati da essa raccolti sono stati reperiti sul sito di *Meteo Trentino*; la sua posizione è $46^{\circ}03'10.7''$ N e $11^{\circ}27'01.7''$.

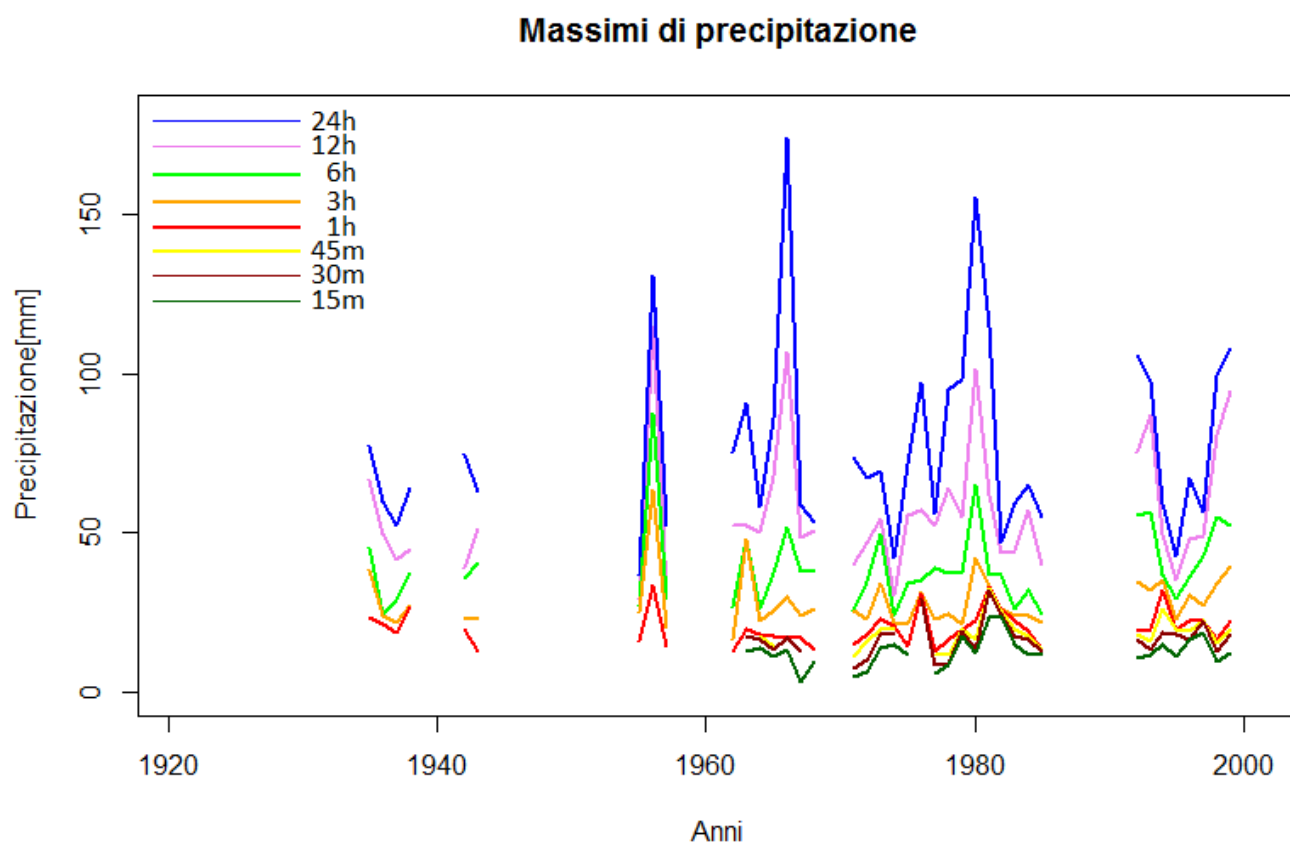
Di seguito è riportata la tabella (“ripulita” dalle informazioni non utili per l’analisi) con i dati raccolti dalla stazione. In particolare sono illustrati i massimi di precipitazione annuale in mm per gli intervalli di tempo 15 m, 30m, 45m 1h, 3h, 6h, 12h, 24h, dal 1920 al 2001. Purtroppo tali dati presentano delle incompletezze per alcuni anni o per alcuni intervalli di tempo, ma si è proceduto comunque con il lavoro, ritenendoli sufficienti per effettuare l’elaborazione.

| anno | 15 min | 30 min | 45 min | 1 ora | 3 ore | 6 ore | 12 ore | 24 ore | 1 giorno |
|------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|----------|
| 1921 | | | | | | | | | 61,2 |
| 1922 | | | | | | | | | 54 |
| 1923 | | | | 42,3 | | | | | 66 |
| 1924 | | | | | | | | | 139,2 |
| 1925 | | | | | 45 | | 55,7 | 94,4 | 94,4 |
| 1926 | | | | | | 47 | | | 129 |
| 1927 | | | | | | | | | 70,6 |
| 1928 | | | | 24,8 | 24,8 | 27 | 49 | 79 | 78 |
| 1929 | | | | | | | | | 45,5 |
| 1930 | | | | | | | | | 46 |
| 1931 | | | | | | | | | 64,4 |
| 1932 | | | | | | | | | 37,6 |
| 1933 | | | | | | | | | 46,2 |
| 1934 | | | | | | | | | 61,4 |
| 1935 | | | | 23,4 | 38,6 | 45,6 | 67 | 77,2 | 72,6 |
| 1936 | | | | 21,6 | 24,2 | 24,7 | 49,4 | 60 | 59,8 |
| 1937 | | | | 18,8 | 22 | 29 | 41,4 | 52,2 | 45,4 |
| 1938 | | | | 26,8 | 27 | 37,4 | 44,6 | 64 | 54,2 |
| 1939 | | | | | | | | | 57,8 |
| 1940 | | | | 14,6 | 25 | 29,4 | 40 | 75 | 51,8 |
| 1941 | | | | | | | | | 73,1 |
| 1942 | | | | 20 | 23,4 | 35,6 | 39 | 74,6 | 60 |
| 1943 | | | | 13 | 23 | 40,6 | 51 | 63 | 55,8 |
| 1944 | | | | | | | | | 49,3 |
| 1945 | | | | | | | | | 71,6 |
| 1946 | | | | | | | | | 75 |
| 1947 | | | | | | | | | 49 |
| 1948 | | | | | | | | | 59,7 |
| 1949 | | | | | | | | | 42,6 |
| 1950 | | | | | | | | | 44 |
| 1951 | | | | | | | | | 65,1 |
| 1952 | | | | | | | | | 55,4 |
| 1953 | | | | | | | | | 73,4 |
| 1954 | | | | | | | | | 45,3 |
| 1955 | | | | 16.2 | 25.0 | 27.2 | 29,6 | 37.0 | 34,8 |
| 1956 | | | | 33.6 | 63.6 | 87.8 | 115.0 | 130.8 | 111,4 |
| 1957 | | | | 14.2 | 20.2 | 29.6 | 31.0 | 52.4 | 38,6 |
| 1958 | | 19.6 | | | | | | | 45,5 |

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|
| 1959 | | | | | | | | | 93 |
| 1960 | | | | 25.4 | 33.4 | 48.0 | 64.2 | 103.6 | 99,2 |
| 1961 | | | | | | | | | 38,2 |
| 1962 | | | 13.2 | 13.0 | 16.4 | 26.6 | 52.2 | 75.2 | 61 |
| 1963 | 13.0 | 17.6 | | 20.0 | 47.8 | 47.8 | 52.2 | 90.6 | 90 |
| 1964 | 14.0 | 16.6 | 17.6 | 18.0 | 22.2 | 26.2 | 50.2 | 58.2 | 46,8 |
| 1965 | 11.0 | 13.6 | 14.6 | 17.4 | 25.6 | 37.6 | 68.0 | 86.2 | 86 |
| 1966 | 13.2 | 17.0 | | 17.0 | 29.8 | 52.0 | 107.0 | 174.0 | 110 |
| 1967 | 3.0 | 13.0 | | 17.0 | 24.0 | 38.0 | 48.4 | 58.8 | 63 |
| 1968 | 9.6 | | 10.4 | 13.4 | 26.0 | 38.2 | 50.8 | 53.4 | 54 |
| 1969 | | | | | | | | | 78 |
| 1970 | | | | | | | | | 32 |
| 1971 | 4.6 | 7.6 | 11.0 | 14.8 | 25.6 | 25.6 | 39.8 | 73.6 | 73,6 |
| 1972 | 6.2 | 10.0 | 16.2 | 18.4 | 22.8 | 34.8 | 47.2 | 67.4 | 46 |
| 1973 | 14.0 | 18.0 | 19.8 | 22.8 | 34.0 | 49.4 | 54.4 | 69.2 | 66,2 |
| 1974 | 15.0 | 18.2 | 20.4 | 20.8 | 22.0 | 23.8 | 30.4 | 42.0 | 40,4 |
| 1975 | 11.8 | | | 14.6 | 21.2 | 34.0 | 55.6 | 71.8 | 56 |
| 1976 | | 29.4 | | 30.8 | 31.4 | 35.4 | 57.0 | 97.4 | 79 |
| 1977 | 6.0 | 8.8 | 11.6 | 12.6 | 22.8 | 39.0 | 52.4 | 56.2 | 56,2 |
| 1978 | 8.6 | 9.0 | 11.6 | 16.6 | 24.4 | 37.2 | 64.0 | 94.8 | 75,2 |
| 1979 | 17.6 | 19.0 | 19.8 | 20.0 | 21.4 | 37.4 | 55.0 | 98.0 | 98 |
| 1980 | 12.4 | 13.2 | 16.4 | 22.6 | 42.0 | 65.2 | 101.6 | 155.2 | 119,8 |
| 1981 | 23.6 | 32.2 | 32.8 | 33.0 | 33.6 | 37.0 | 62.2 | 115.0 | 115 |
| 1982 | 24.0 | 24.6 | 25.8 | 26.4 | 26.4 | 37.0 | 43.8 | 46.8 | 36,4 |
| 1983 | 14.8 | 17.6 | 19.8 | 22.2 | 23.8 | 26.2 | 44.2 | 59.4 | 50,6 |
| 1984 | 11.6 | 16.6 | 17.4 | 19.4 | 24.2 | 32.2 | 57.0 | 65.0 | 65 |
| 1985 | 11.8 | 12.6 | 13.4 | 13.6 | 21.8 | 24.4 | 40.2 | 54.8 | 44,2 |
| 1986 | | | | | | | | | 84,6 |
| 1987 | 12.0 | 18.0 | 22.0 | 26.0 | 42.0 | 57.0 | 83.0 | 94.0 | 95,4 |
| 1988 | | | | | | | | | 100,4 |
| 1989 | | | | | | | | | 77,2 |
| 1990 | | | | | | | | | 87,6 |
| 1991 | | | | | | | | | |
| 1992 | 10,6 | 16,4 | 18,2 | 19,2 | 34,8 | 55,6 | 75,4 | 105,8 | 74,2 |
| 1993 | 12 | 13,6 | 16,2 | 20 | 32,2 | 56,8 | 87,2 | 97,6 | 84,4 |
| 1994 | 15,2 | 18,6 | 26,2 | 31,8 | 35,2 | 37 | 49,8 | 59,4 | 48,8 |
| 1995 | 11,2 | 18,4 | 19,8 | 20 | 23,2 | 29,6 | 35 | 42,6 | 38,8 |
| 1996 | 16,4 | 16,8 | 19,4 | 22,4 | 30,6 | 36,2 | 48,2 | 67,4 | 62,2 |
| 1997 | 18,6 | 22,6 | 22,6 | 22,6 | 27,2 | 42,6 | 49,2 | 56,4 | 54,6 |
| 1998 | 9,4 | 12,8 | 15,4 | 16,8 | 34 | 55 | 80,4 | 99,2 | 70,4 |
| 1999 | 12,4 | 18,2 | 19,6 | 22,6 | 39,4 | 52,4 | 94,4 | 108 | 95,2 |
| 2000 | | | | | | | | | |
| 2001 | 10,8 | 13,6 | 14,2 | 14,2 | 26,4 | 38,2 | 51,8 | 60,8 | 44,2 |

3) *Analisi dei dati*

Prima di effettuare l'elaborazione, si è voluta valutare la qualità dei dati. In particolare si è verificato che le misure raccolte fossero valori crescenti, per ogni annata, al crescere degli intervalli di tempo considerati. Tale caratteristica è evidenziata nel grafico sottostante, dove ciò si verifica nella nell'assenza di intersezioni tra le linee relative ai diversi intervalli di tempo.



Si vuole far notare come si sia scelto di utilizzare i dati relativi all'intervallo 24h (e non quelli relativi ad 1 giorno), in quanto questi risultano numericamente sufficienti per l'analisi e sono spesso di valore maggiore.

4) Elaborazione dei dati e grafici delle curve di Gumbel

Per dare un significato alla presentazione dei risultati che seguirà, si ritiene utile l'introduzione di qualche cenno di teoria relativa alle curve di Gumbel e alle linee di possibilità pluviometrica.

Nello studio delle precipitazioni, è possibile definire un tempo di ritorno T_r , ovvero il tempo necessario affinché un evento di determinate caratteristiche, quali possono essere i fenomeni estremi, si ripeta. Nell'ambito di questa definizione, si può indicare con T il tempo totale della misura, n le misurazioni effettuate, l il numero di eventi estremi misurati ed m la durata di un campionamento.

$$Tr = \frac{T}{l} = \frac{mn}{l} = \frac{m}{Fr(H \geq h)} = \frac{m}{1 - Fr(H \leq h)} = \frac{m}{1 - ECDF(h)}$$

Dove $ECDF(h)$ indica la frequenza empirica di non superamento, ovvero la frequenza delle misure di precipitazione che non superano il valore di soglia fissato h . Per contro, $Fr(H \geq h)$ indica la frequenza di superamento. Con le curve di Gumbel è possibile rappresentare la relazione tra quantili ed altezza della precipitazione. L'equazione che descrive la famiglia delle curve di Gumbel è la seguente:

$$P[H < h, a, b] = e^{-e^{-\frac{h-a}{b}}}$$

di cui è necessario stimare i parametri di posizione e di forma, a e b . Per fare ciò si possono utilizzare tre diversi metodi: *Momenti*, *Massima Verosimiglianza* e *Minimi quadrati*. Per ogni durata si otterranno quindi 3 coppie di valori a e b (e quindi 3 curve di Gumbel).

Utilizzando il metodo dei *Momenti*, si impone l'uguaglianza il momento del campione e la sua controparte che caratterizza la popolazione. Nel caso delle curve di Gumbel questa operazione si risolve nel uguagliare media e varianza di campione e popolazione, ottenendo il sistema:

$$\begin{aligned}\mu &= b\gamma + a \\ \sigma^2 &= \frac{b^2\pi^2}{6}\end{aligned}$$

Con γ costante numerica di Eulero–Mascheroni, pari a 0.5772156649

Da cui

$$b = \frac{\sqrt{6} \sigma^2}{\pi}$$

$$a = \mu - b\gamma$$

Un altro metodo che può essere utilizzato è quello della *Massima Verosimiglianza*, che consiste nel massimizzare la funzione di verosimiglianza, definita in base alla probabilità di osservare una data realizzazione campionaria $P[\{h_1, \dots, h_N\}]$, assegnati i parametri a e b .

La funzione di massima verosimiglianza si può scrivere come:

$$P[\{h_1, \dots, h_N\} | a, b]$$

Dove è evidente il fatto che si tratti di una funzione di probabilità, funzione di parametri a e b .

Per ottenere la stima dei parametri di Gumbel è necessario risolvere il sistema costituito dalle derivate parziali, rispetto ai parametri a e b , poste uguali a 0, di tale funzione.

In R si è utilizzata la funzione *fitdistr()*; in questo modo sono stati individuati i parametri che massimizzassero la funzione di verosimiglianza rispetto ai parametri calcolati con il metodo dei momenti.

Il terzo metodo preso in esame per la stima è quello dei *Minimi Quadrati*. Esso consiste nel trovare una funzione che meglio approssimi una interpolazione di dati, individuata come quella che minimizzi la somma delle distanze quadratiche dai punti rappresentanti i dati. Nel caso in esame tale metodo si risolve nel minimizzare il seguente scarto quadratico, tra misure e probabilità di non superamento:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^n (F_i - P[H < h])^2$$

Per minimizzare questo scarto, esso si deriva rispetto ai parametri di Gumbel e si pongono a zero le derivate del sistema. Data la complessità di risoluzione di tale sistema, in R si è utilizzata la regressione lineare, trovando i coefficienti di rapporto tra il “doppio” logaritmo dell’ECDF(h) e le misure di precipitazione h. E’ stato quindi possibile individuare i parametri della curva di Gumbel attraverso la loro relazione con i coefficienti della retta di regressione lineare:

$$y = k_1 x + k_2$$

Dove:

$$b = \frac{1}{k_1} \quad a = -k_2 b$$

Attraverso l’interfaccia *RStudio*, si è proceduto all’elaborazione dei dati forniti dalla stazione meteo. Si è iniziato salvando i dati in un formato (.txt) utilizzabile da R. Si è quindi proceduto, ottenendo per ogni intervallo temporale un vettore di dati. Per ogni durata, si sono calcolate le 3 coppie di parametri di posizione e forma delle Curve di Gumbel, ottenute con i metodi *Momenti*, *Massima Verosimiglianza* e *Minimi Quadrati* illustrati in precedenza.

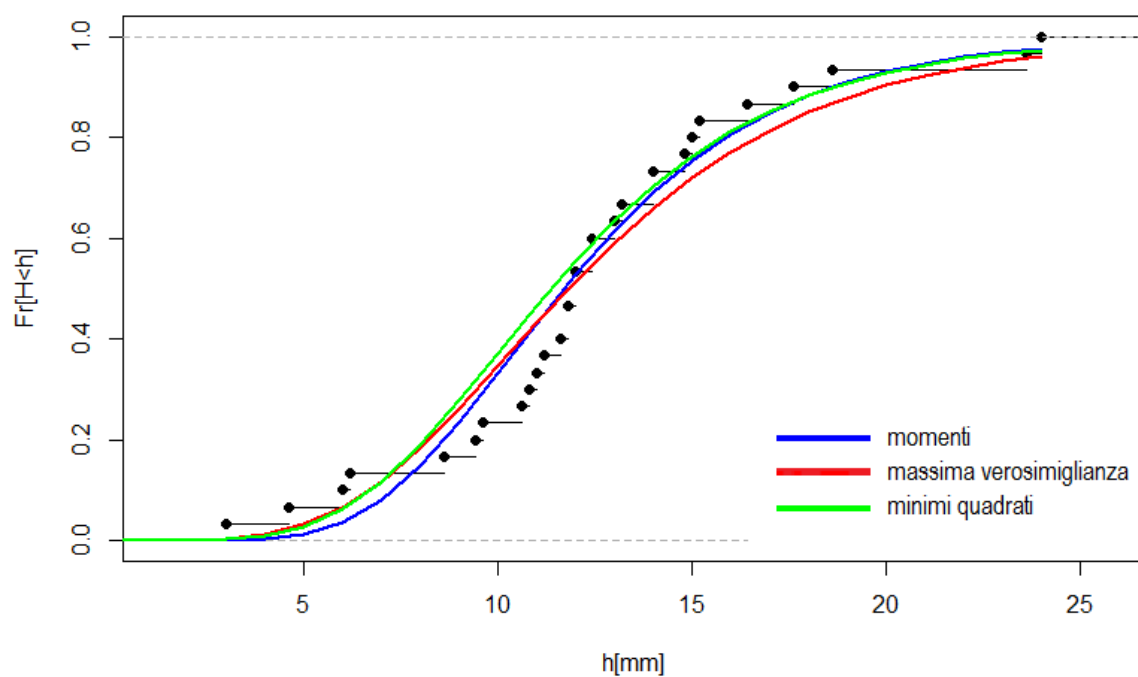
Nella tabella sottostante sono riportati i valori ottenuti.

| Durata | Momenti | | Massima Verosimiglianza | | Minimi Quadrati | |
|--------|----------|----------|-------------------------|----------|-----------------|----------|
| | a | b | a | b | a | b |
| 15m | 10,36819 | 3,658615 | 10,25679 | 4,267279 | 9,954836 | 3,866757 |
| 30m | 14,31581 | 4,257544 | 14,29098 | 4,491467 | 13,82436 | 4,312523 |
| 45m | 15,67152 | 3,995479 | 15,65286 | 4,07819 | 15,18197 | 3,841068 |
| 1h | 17,91732 | 4,944069 | 17,99241 | 4,622091 | 17,52869 | 4,784812 |
| 3h | 25,09713 | 6,930944 | 25,43684 | 5,784207 | 24,77033 | 6,277185 |
| 6h | 33,72082 | 9,888978 | 33,98558 | 8,950458 | 33,25206 | 9,120052 |
| 12h | 48,06581 | 15,47422 | 48,4881 | 13,95235 | 47,04504 | 15,71755 |
| 24h | 65,29743 | 22,29153 | 65,8076 | 20,42268 | 64,13829 | 21,59639 |

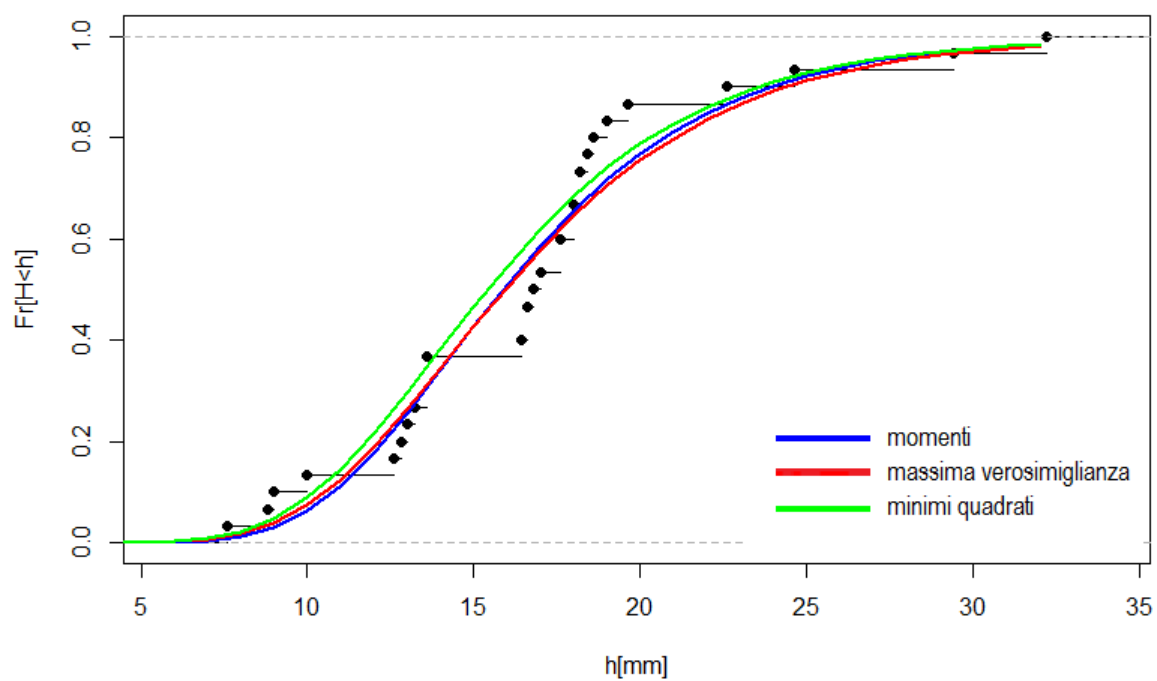
Con i valori ottenuti si sono quindi potute disegnare, per ogni intervallo di tempo, le curve di Gumbel.

Esse sono proposte nei grafici di seguito riportati.

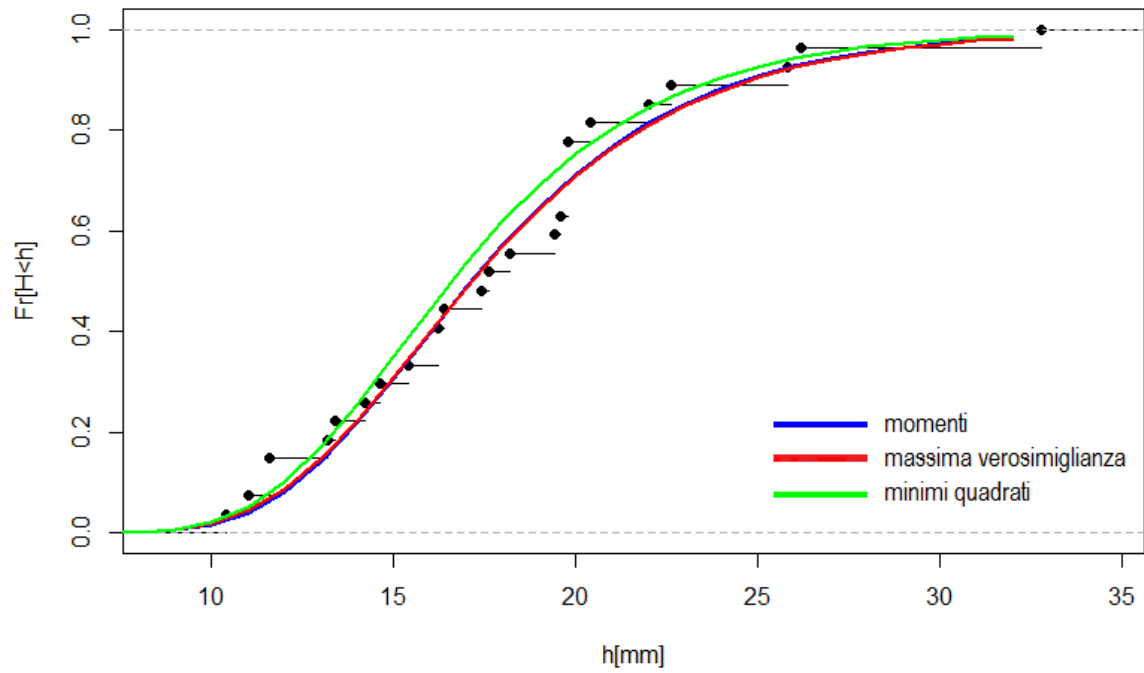
Curve di Gumbel 15m



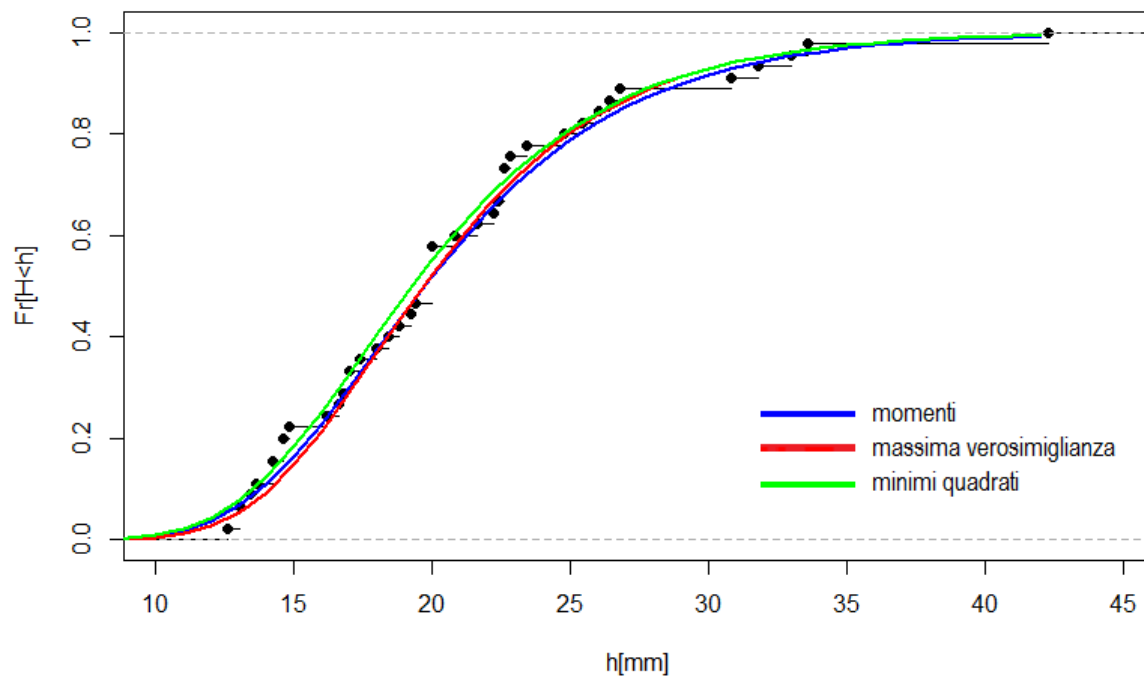
Curve di Gumbel 30m



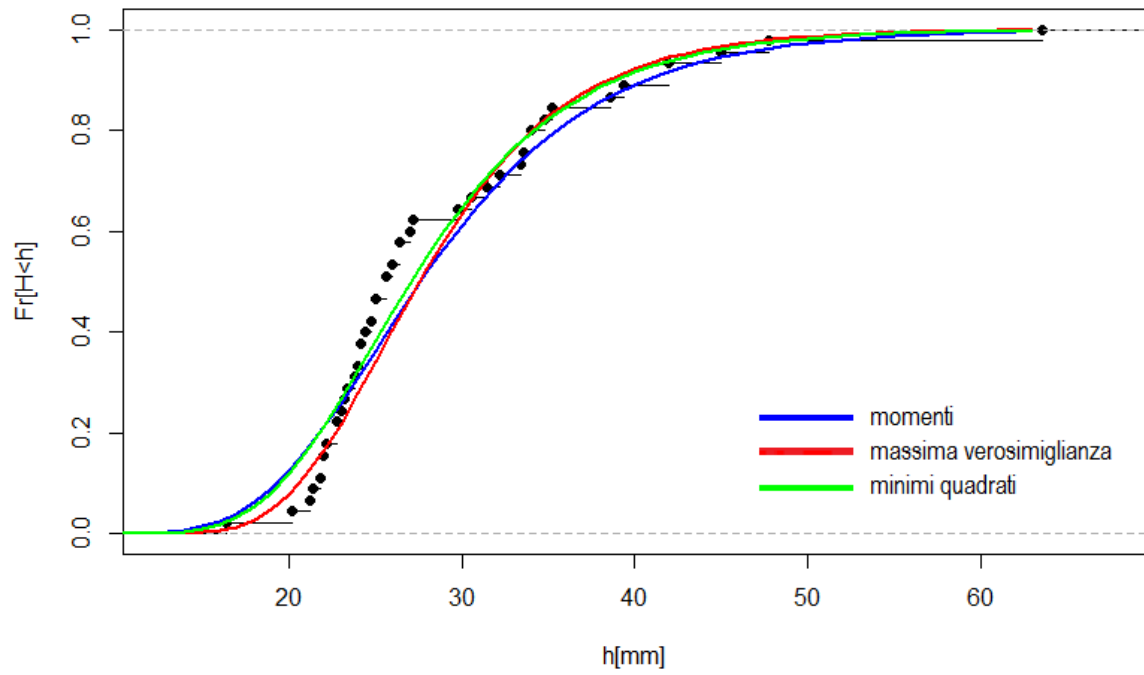
Curve di Gumbel 45m



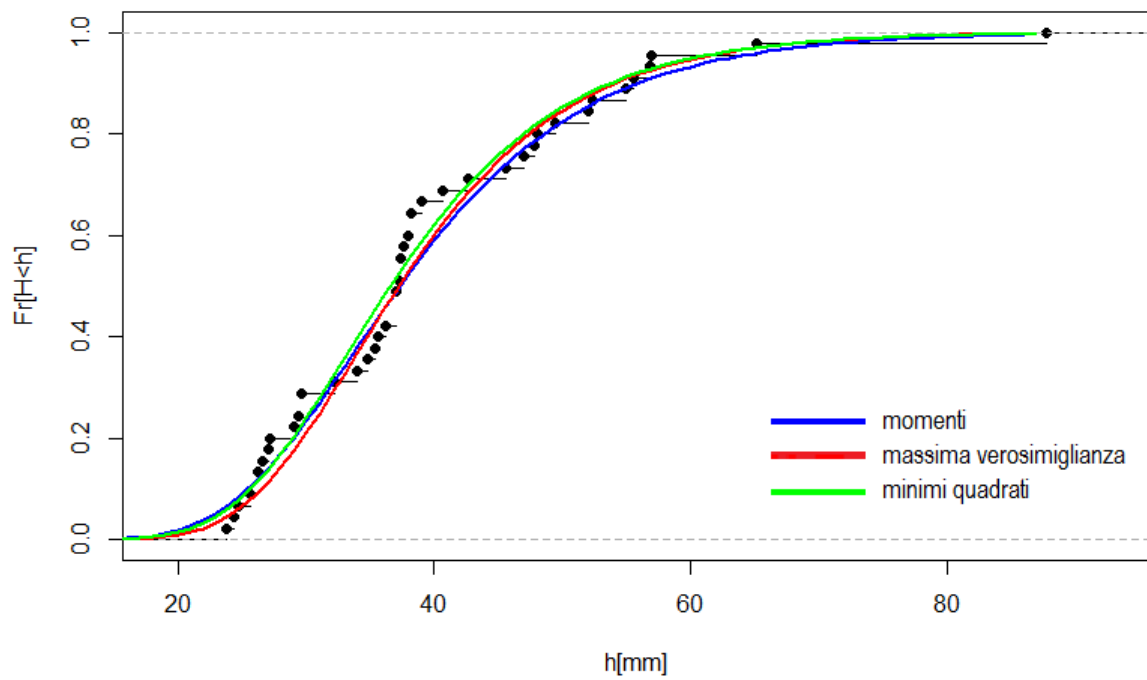
Curve di Gumbel 1h



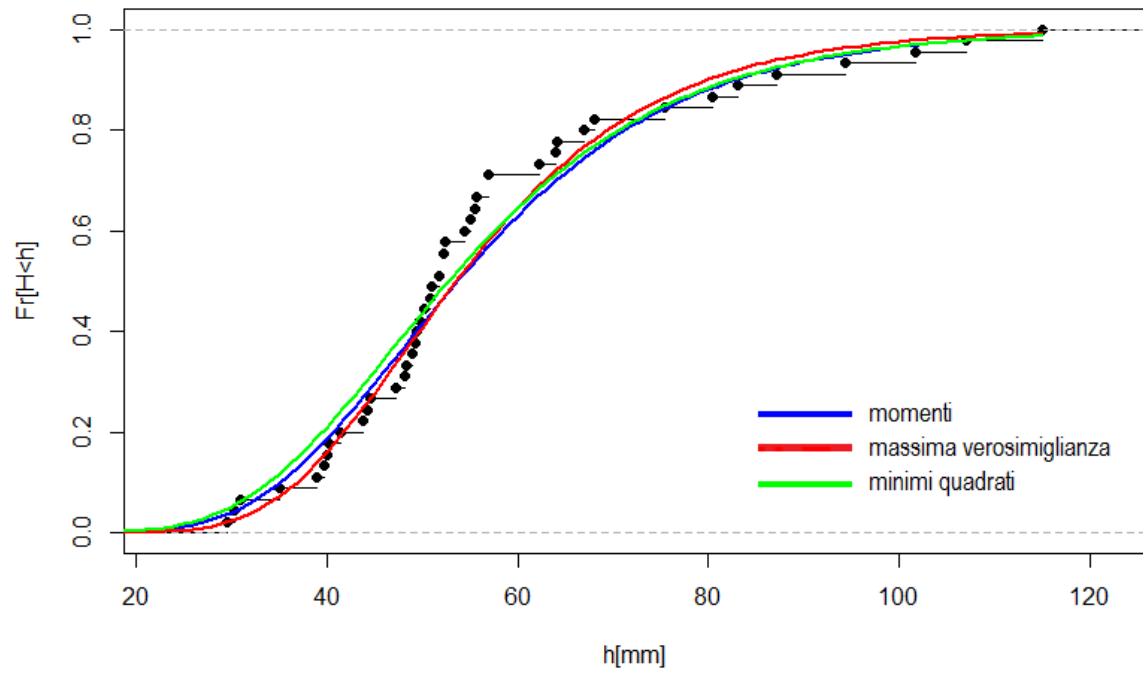
Curve di Gumbel 3h



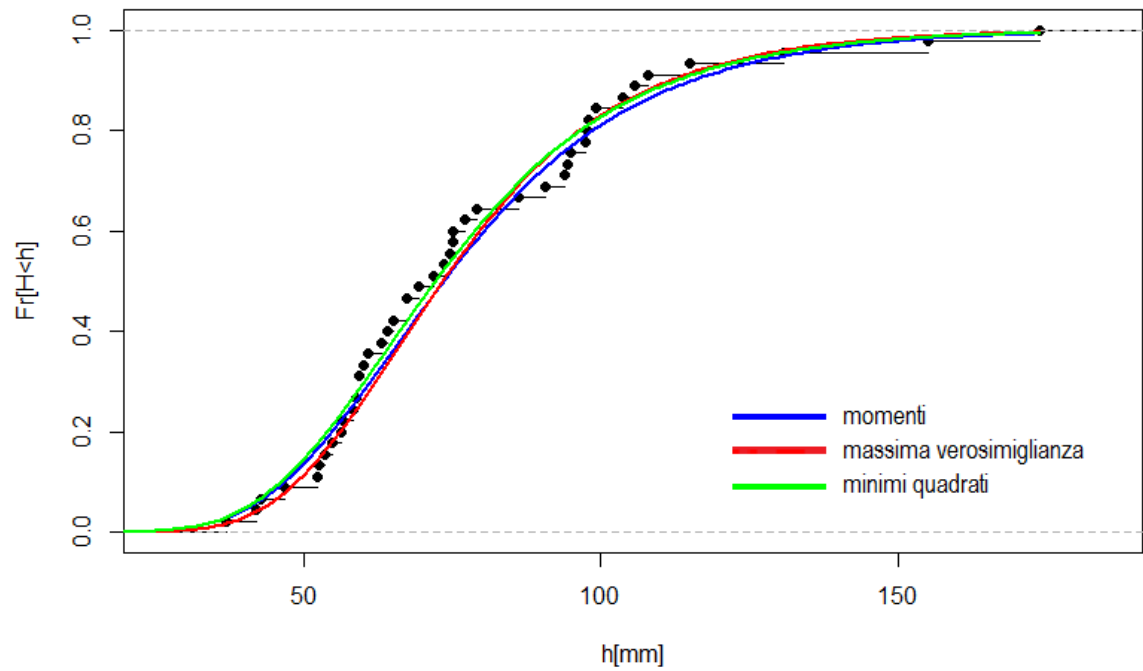
Curve di Gumbel 6h



Curve di Gumbel 12h



Curve di Gumbel 24h



A questo punto, per ogni intervallo temporale, si hanno a disposizione 3 coppie di parametri; è stato quindi necessario confrontarli e scegliere la migliore. Per fare ciò è stato utilizzato il test di Pearson, che prevede, a partire da una suddivisione del campo di probabilità, di ricavare una suddivisione del dominio, per poi contare, per ogni intervallo, il numero di misure presenti. Valutando quindi il valore della funzione χ^2 , definita come la seguente sommatoria:

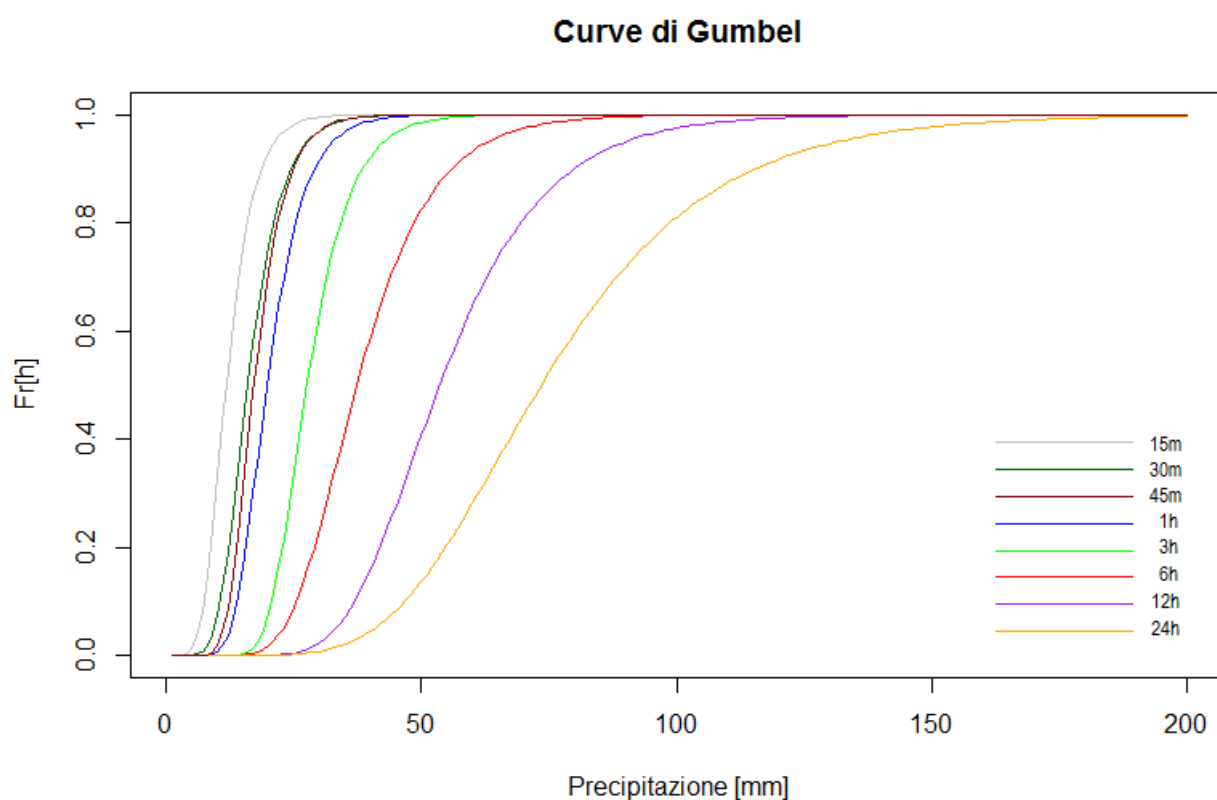
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{N_i - n(P[H < i+1] - P[H < i])^2}{n(P[H < i+1] - P[H < i])}$$

per ogni coppia di parametri di ogni intervallo e, per ogni durata, si è scelta la coppia con χ^2 minore.

Nella tabella sottostante sono indicate le coppie di parametri individuate, il metodo grazie al quale sono state ottenute ed il valore χ^2 ad esse associato.

| Durata | a | b | Metodo | χ^2 |
|--------|----------|----------|-------------------------|-----------|
| 15m | 10,36819 | 3,658615 | Momenti | 4,666667 |
| 30m | 14,31581 | 4,257544 | Momenti | 4,333333 |
| 45m | 15,65286 | 4,07819 | Massima verosimiglianza | 1,703704 |
| 1h | 17,91732 | 4,944069 | Momenti | 0.6666667 |
| 3h | 25,43684 | 5,784207 | Massima verosimiglianza | 3 |
| 6h | 33,72082 | 9,888978 | Momenti | 6,888889 |
| 12h | 48,4881 | 13,95235 | Massima verosimiglianza | 4,666667 |
| 24h | 65,29743 | 22,29153 | Momenti | 1,777778 |

Con questi valori si sono potute ottenere, su un unico grafico, le curve di Gumbel migliori per i vari intervalli di tempo analizzati.



5) Curve di possibilità pluviometrica

A questo punto si è in possesso delle informazioni necessarie per poter ottenere le curve di possibilità pluviometrica, che si è deciso di calcolare per tempi di ritorno di 10, 50 e 100 anni.

Esse sono delle leggi di potenza, che legano l'altezza di precipitazione al tempo di ritorno T_r e alla durata della precipitazione t .

$$h(tp, Tr) = a(Tr) t^n$$

dove a è un parametro funzione del T_r e $0 < n < 1$.

Le curve di possibilità pluviometrica, rappresentate in un piano bilogaritmico $h[mm]$ VS $t[ore]$, sono delle rette parallele, ognuna relativa ad un diverso tempo di ritorno.

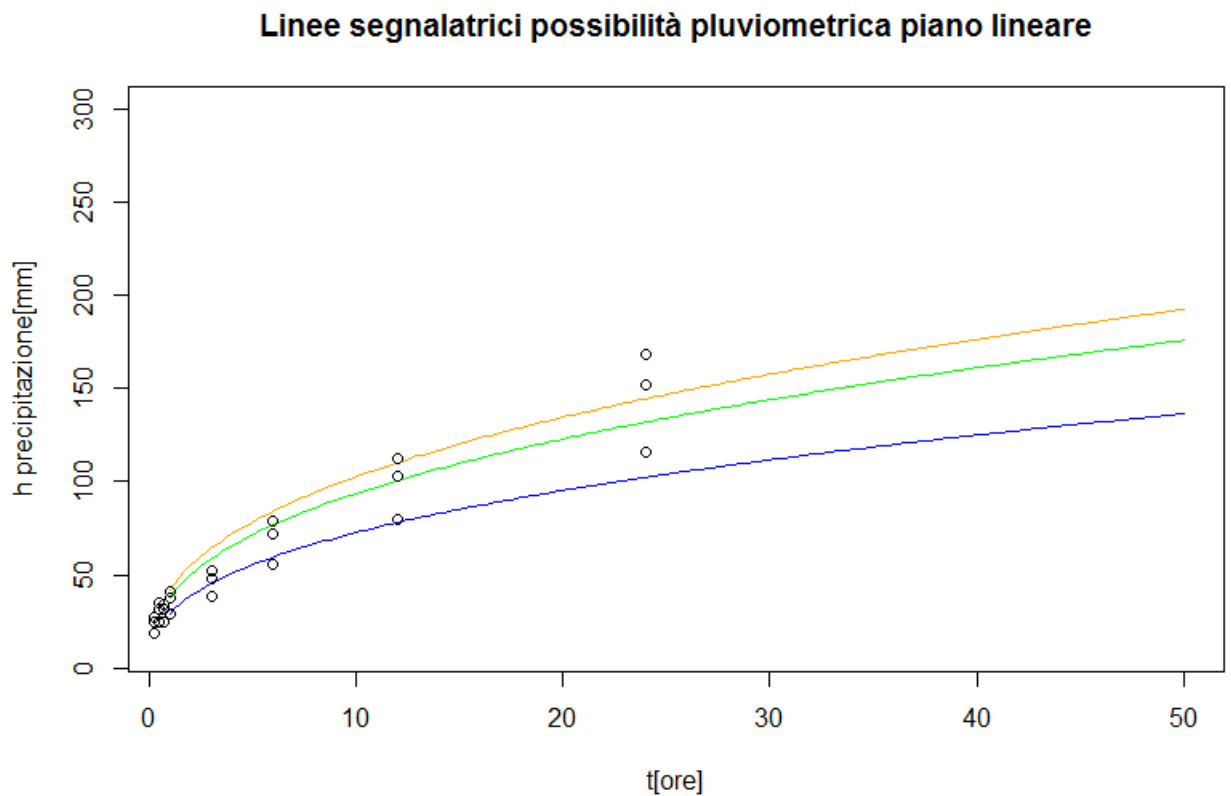
Avendo a disposizione i parametri delle curve di Gumbel, è stato possibile procedere alla realizzazione delle LSPP. Per prima cosa, noti i valori dei tempi di ritorno, è stata stabilita la seguente relazione:

$$P[H < h] = 1 - \frac{1}{T_r}$$

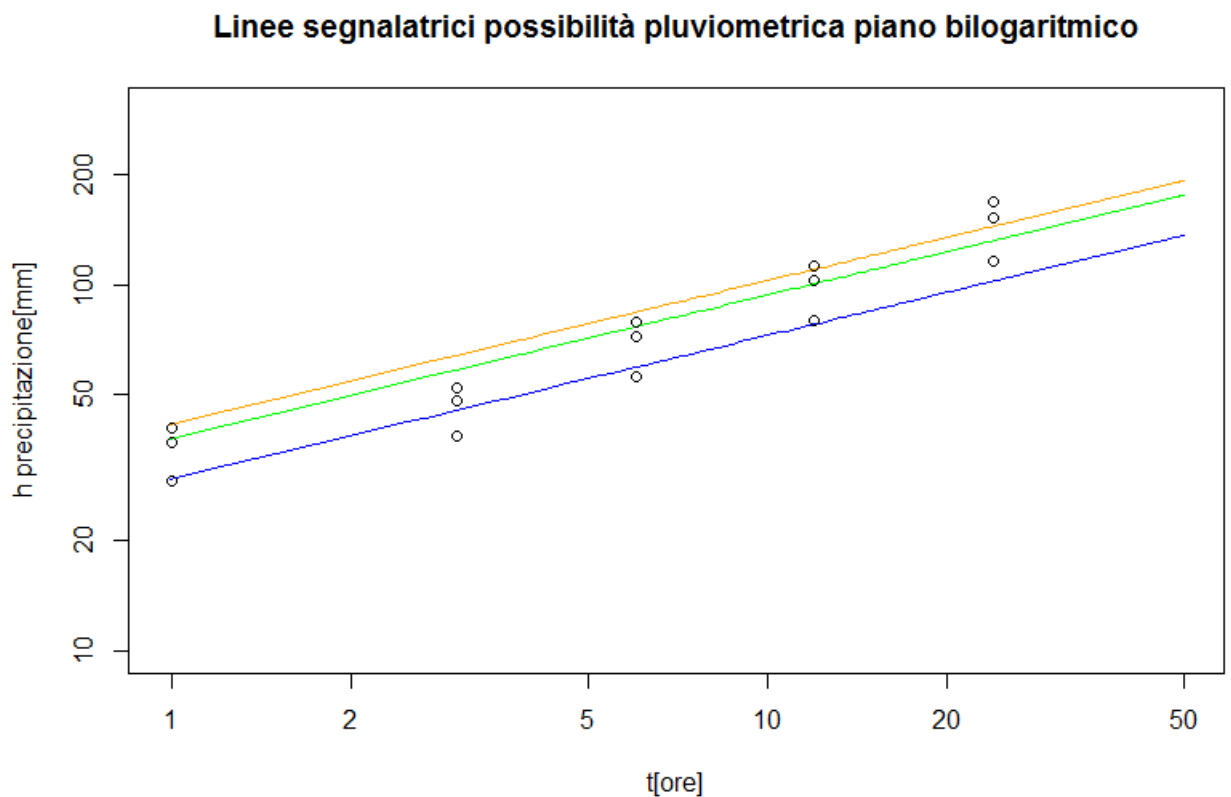
Esplicitando infine h nella curva di Gumbel:

$$h_t(T_r) = a - b \left(\ln \left(\ln \left(1 - \frac{1}{T_r} \right) \right) \right)$$

Si sono ottenute così, per ogni tempo di ritorno, coppie di valori $(t, h_t(T_r))$, che plottate in un piano lineare, rappresentano le curve di possibilità pluviometrica cercate.



Per ottenere le rette di possibilità pluviometrica, è stato sufficiente impostare degli assi logaritmici:



6) Bibliografia

Per la stesura di questa relazione sono state di valido aiuto le slide del corso di Idrologia, tenuto dal Docente Riccardo Rigon, presso il dipartimento di Ingegneria Civile ed Ambientale dell'Università degli Studi di Trento, disponibili all'indirizzo web <http://abouthydrology.blogspot.it/>.

I dati della stazione meteorologica di Borgo Valsugana, su cui è basata l'intera elaborazione, sono stati scaricati dal sito di *Meteo Trentino*: <http://hydstraweb.provincia.tn.it>.