

Università degli studi di Trento



UNIVERSITÁ DI TRENTO

FACOLTÁ DI INGEGNERIA

Corso di laurea di
Ingegneria per l'ambiente e il territorio

ANALISI PLUVIOMETRICA

Stazione metereologica di Lavarone

PROF.RE RICCARDO RIGON

Giulia Seno

159876

Carlotta Valerio

158634

Indice:

1 Introduzione	3
2 Analisi dei dati.....	4
3 Cenni di teoria.....	8
3.1 Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica, tempo di ritorno e curve di Gumbel	8
3.2 Metodo dei momenti.....	9
3.3 Metodo dei minimi quadrati.....	9
3.4 Metodo di massima verosimiglianza	10
3.5 Test di Person	10
4 Risultati	11
4.1 Parametri a e b delle curve di Gumbel.....	11
4.2 Test di Pearson.....	17
4.3 Tempi di ritorno e Linee segnalatrici	21
5 Sitografia	22

1 Introduzione

Obiettivo della realzione è la deteminazione delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica con assegnato tempo di ritorno per la stazione metereologica di Lavarone (Stazione T0032, Coordinate Est/Nord 674697/5089881, Latitudine: 45°56'25.0"N, Longitudine: 11°15'13.4"E, Altitudine:1155m s.l.m). La determinazione è avvenuta tramite il software R. I dati utilizzati per l'analisi sono quelli relativi ai massimi annuali di precipitazione nell'arco temporale 1951-2002. Essi sono stati reperiti dal sito www.meteotrentino.it.

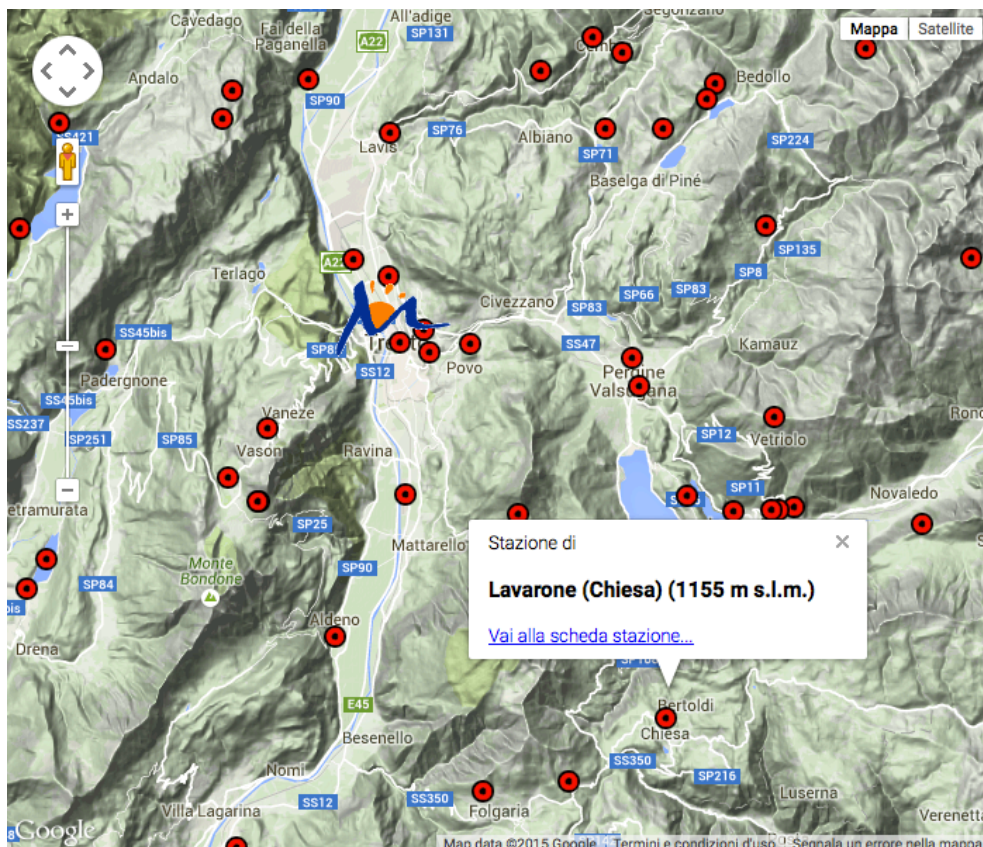


Figura 1 stazione metereologica Lavarone da google maps

2 Analisi dei dati

I dati relativi alle precipitazioni massime sono registrate negli annali idrologici secondo durate caratteristiche di 1, 3, 6, 12, 24 ore e rappresentano il massimo di precipitazione cumulato per ogni durata.

anno	1h	3h	6h	12h	24h
1951	31.4	49.0	67.6	102.6	128.2
1952	27.0	65.8	89.6	110.2	113.4
1953	22.0	40.4	63.0	101.2	114.8
1954	25.6	28.0	30.0	42.0	68.2
1955	14.8	16.0	27.6	35.6	92.6
1956	18.0	38.8	68.8	111.2	130.0
1957	20.6	24.2	36.0	68.2	107.8
1958	23.4	30.0	47.8	76.0	96.4
1959	20.2	30.0	51.2	80.2	126.6
1960	NA	NA	NA	NA	187.5
1961	25.2	47.6	55.8	60.2	95.2
1962	NA	NA	NA	NA	NA
1963	NA	NA	NA	NA	NA
1964	NA	NA	NA	NA	NA
1965	28.6	41.4	53.6	78.2	135.6
1966	25.8	58.1	101.6	168.8	259.6
1967	12.0	30.0	34.0	55.2	69.4
1968	34.0	61.2	103.4	115.4	154.2
1969	17.6	22.4	28.0	33.6	55.6
1970	34.6	35.2	40.2	45.0	61.2
1971	37.6	45.8	52.6	52.8	74.6
1972	11.0	21.0	37.4	60.0	80.0
1973	NA	NA	NA	NA	NA
1974	NA	NA	NA	NA	NA
1975	NA	NA	NA	NA	NA
1976	28.0	49.0	76.6	115.6	184.0
1977	12.4	21.6	35.0	51.6	71.6
1978	14.0	25.0	39.6	66.0	110.8
1979	16.8	35.0	62.0	105.0	148.2
1980	22.4	68.0	113.2	175.0	236.4
1981	21.8	43.0	73.8	105.8	128.4

1982	15.6	31.0	52.2	90.4	99.6
1983	12.6	19.8	28.6	56.6	73.2
1984	15.8	28.4	37.2	52.8	59.6
1985	19.8	31.6	40.2	42.0	54.2
1986	19.2	28.4	44.6	71.2	142.2
1987	30.0	50.6	78.0	106.0	147.8
1988	22.6	39.6	56.8	76.8	104.4
1989	38.8	45.8	45.8	59.8	88.0
1990	26.4	32.0	40.0	57.0	107.0
1991	22,4	32,6	54,4	82,6	127,4
1992	17,2	37	59	87,6	130,2
1993	25,6	53,4	87,8	144,2	164
1994	34,8	43	51,6	59,6	80,4
1995	15,2	21,6	36,2	41,8	59,8
1996	18	29	42,4	62,8	91,8
1997	14	31,8	48	56,4	66
1998	NA	NA	NA	NA	NA
1999	25,8	53,8	81,6	156	177,8
2000	31,6	46,4	64,6	119	152,6
2001	20,6	26,6	41,4	60	87,4
2002	44,6	58	64,8	90	138,4

Per la visualizzazione della distribuzione dei dati si è scelto di generare un diagramma a scatola che evidenzia per ogni durata il minimo e il massimo campionario (estremi dei baffi), il primo e il terzo quantile, la mediana e gli eventuali outliers.

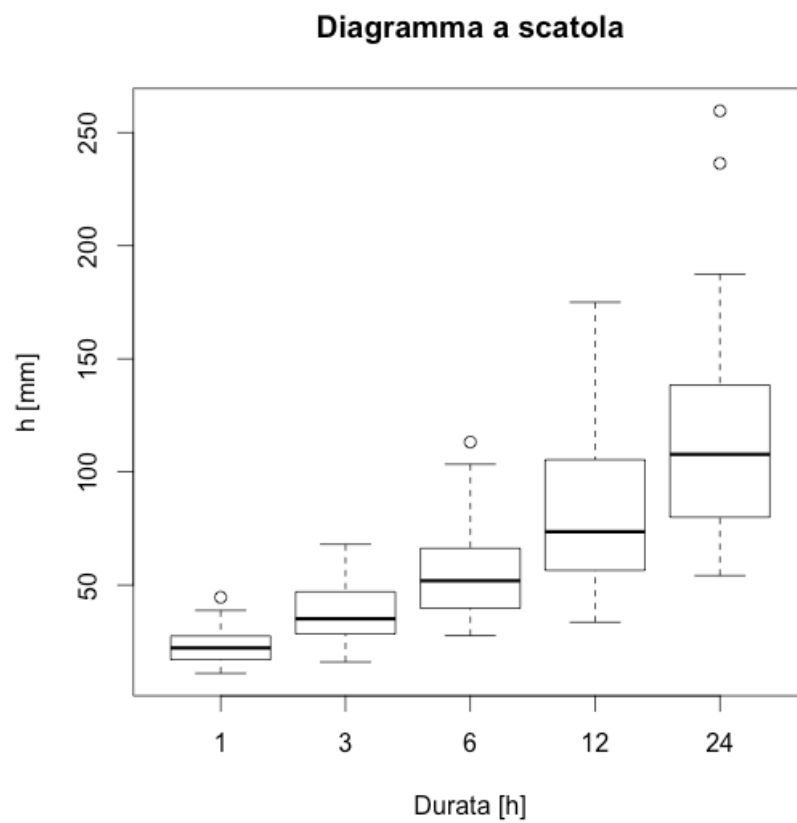


Figura 2 Boxplot

Sono stati inoltre generati degli istogrammi per ogni durata caratteristica.

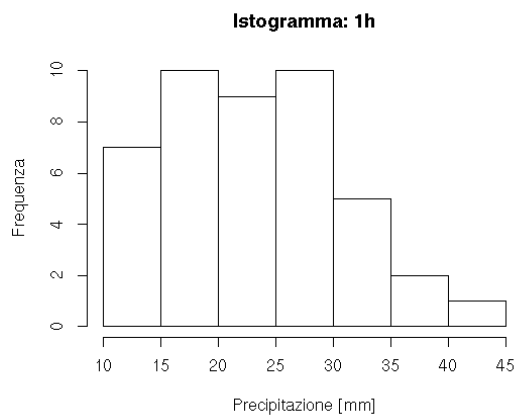


Figura 3 : istogramma 1h

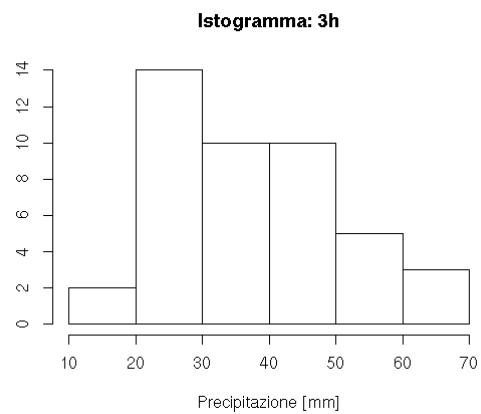


Figura 4 : istogramma 3h

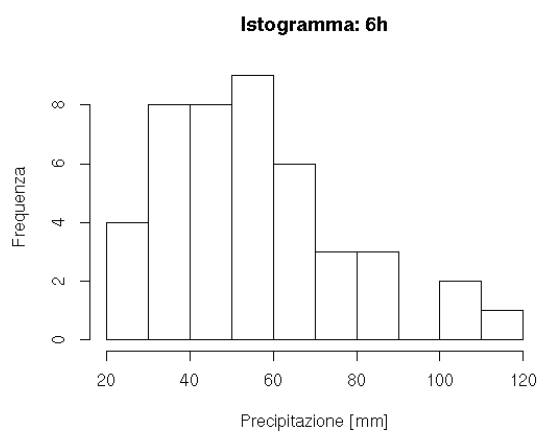


Figura 5: istogramma 6h

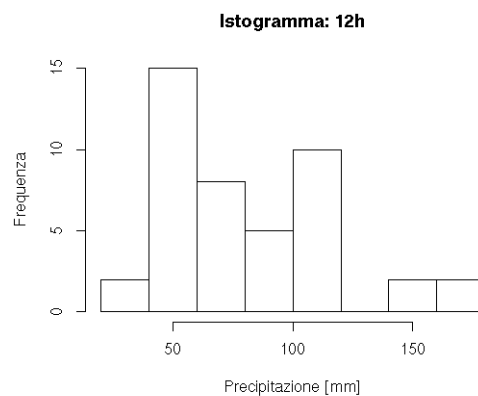


Figura 6: istogramma 12 h

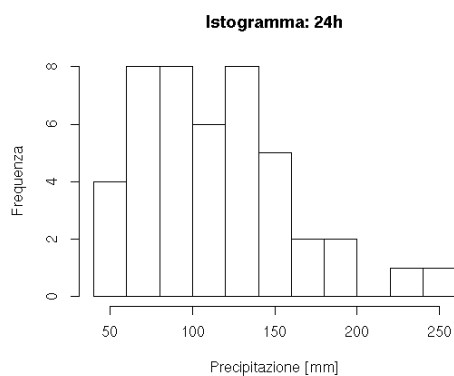


Figura 7 : istogramma 24 h

3 Cenni di teoria

3.1 Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica, tempo di ritorno e curve di Gumbel

Le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica sono delle funzioni che permettono di mettere in relazione l'altezza di precipitazione con la sua durata fissato un particolare tempo di ritorno.

Sono espresse dalla legge di potenza:

$$h(tp, Tr) = a(Tr)tp^n$$

$$\text{Con: } \begin{cases} h(tp, Tr) = \text{altezza di precipitazione} \\ Tr = \text{tempo di ritorno} \\ tp^n = \text{durata considerata} \end{cases}$$

Vengono rappresentate in un diagramma bilogarithmico con in ascissa il tempo e in ordinata l'altezza di precipitazione. Le curve hanno un andamento lineare e al variare del tempo di ritorno si mantengono parallele: per tempi di ritorno maggiori corrispondono altezze di precipitazioni maggiori.

Per tempo di ritorno si intende l'intervallo di tempo medio in cui una certa intensità di precipitazione si ripete. È espresso dalla relazione seguente:

$$Tr := \frac{m}{1 - ECDF(h^*)}$$

$$\text{Con: } \begin{cases} m = \text{tempo di campionamento per la singola misura } h^* \\ ECDF = Fr(H < h^*) = \text{frequenza empirica di non superamento} \end{cases}$$

Per tracciare le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica, è necessario determinare per ogni durata caratteristica la relazione tra quantili e altezze di precipitazione. Tale obiettivo è raggiunto interpolando i dati per ogni durata a una distribuzione di probabilità. La famiglia di curve candidata è la curva di Gumbel:

$$P[H < h; a, b] = e^{-e^{-\frac{h-a}{b}}}$$

Con b parametro di forma e a di posizione.

Per adattare la famiglia di curve di Gumbel ai dati è necessario stimare i parametri a e b . È possibile stimarli con tre diversi metodi: metodo dei momenti, metodo dei minimi quadrati e metodo della massima verosimiglianza.

3.2 Metodo dei momenti

Data una serie di misure, il metodo dei momenti consiste nell'uguagliare i momenti campionari con i momenti della popolazione. In questo caso specifico, dato che il modello probabilistico scelto contiene due parametri, si uguagliano due momenti: la media e la varianza.

La media e la varianza del campione (μ_h e σ_h^2) sono calcolabili con algoritmi, una volta assegnati i dati. La media e la varianza della popolazione ($E[X]$ e $Var[X]$) sono invece assegnate in base alla conoscenza della distribuzione di probabilità. Nel caso della distribuzione di Gumbel:

$$\begin{cases} E[X] = b\gamma + a \\ Var[X] = \frac{b^2\pi^2}{6} \end{cases}$$

Dove γ è il numero di Eulero- Mascheroni.

3.3 Metodo dei minimi quadrati

Esso consiste nel determinare lo scarto quadratico medio tra le misure di frequenza empirica di non superamento e la probabilità di non superamento e nel minimizzarlo. Date n misure $h=(h_1 \dots h_n)$ lo scarto quadratico medio è:

$$\delta^2(\vartheta) = \sum_{i=1}^N (F_i - P[H < h; \vartheta])^2$$

La minimizzazione si ottiene derivando lo scarto rispetto ai parametri, in questo caso a e b . Il metodo così applicato produce però un sistema di due equazioni non lineari. Per risolvere tale problema è possibile linearizzare la funzione di Gumbel.

3.4 Metodo di massima verosimiglianza

Tale metodo si fonda sul concetto che i parametri ottimi sono i più probabili, ovvero quelli corrispondenti ai massimi della distribuzione. Il metodo consiste allora nel massimizzare la funzione di verosimiglianza rappresentata espressa in termini logaritmici:

$$\log(P[\{h_1, \dots, h_n\}]; a, b) = \sum_{i=1}^n \log(P[h_i]; a, b)$$

ovvero nell'imporre nulle le derivate parziali dell'espressione precedente rispetto ai parametri a e b. È così possibile ottenere un sistema lineare a due incognite.

3.5 Test di Pearson

Applicando i tre diversi metodi, si ottengono tre coppie di valori (a,b). Il criterio per stabilire quale insieme sia migliore è il test di Pearson. Esso consiste nel suddividere il dominio partendo dalla divisione del campo di probabilità in N valori uguali (0.2 0.4 0.6 0.8 quantile). È così possibile calcolare la differenza tra il numero di punti empirici in ogni intervallo e quello che dovrebbe risultare secondo la probabilità:

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\text{valore osservato} - \text{valore atteso})^2}{\text{valore atteso}} = \frac{1}{n+1} \sum_{j=1}^k \left(\frac{N_j - n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j])}{n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j])} \right)^2$$

Più il valore di X^2 è minore, più la distribuzione empirica è simile alla distribuzione di riferimento, in questo caso la curva di Gumbel. È quindi evidente che è necessario scegliere il metodo che permette di ottenere un X^2 minore.

OSSERVAZIONE: Si suppone valida la "ipotesi 0" ($X^2 > X^2_{critico}$ con un grado di confidenza pari a 0.05).

Una volta scelti i parametri ottimi, è possibile interpolare le curve di Gumbel per ogni durata. L'intersezione tra la retta che rappresenta un determinato tempo di ritorno

con le curve di Gumbel per ogni durata permette di individuare cinque coppie di valori (altezza di precipitazione e durata) la cui interpolazione costante di tracciare proprio le curve di possibilità pluviometrica, raggiungendo così l'obiettivo prefissato.

4 Risultati

4.1 Parametri a e b delle curve di Gumbel

Di seguito sono riportati i parametri a e b delle curve di Gumbel ottenuti con i diversi metodi e per ogni intervallo temporale.

metodo	par.	1 ora	3 ore	6 ore	12 ore	24 ore
momenti	a	19,500250	31,979852	45,964202	65,772642	94,323633
	b	6,197027	10,792881	16,583327	27,325668	36,094192
minimi quadrati	a	19,045834	31,132935	44,942638	63,848944	92,023696
	b	6,353125	10,792881	16,923188	28,189929	37,337653
massima verosomiglianza	a	19,398289	31,745282	46,040973	65,941048	94,532166
	b	6,358774	10,673268	15,698088	25,738921	34,612099

Per ogni durata caratteristica vengono riportati i grafici delle frequenze di non superamento e la sovrapposizione delle curve di Gumbel eseguite con i diversi metodi.

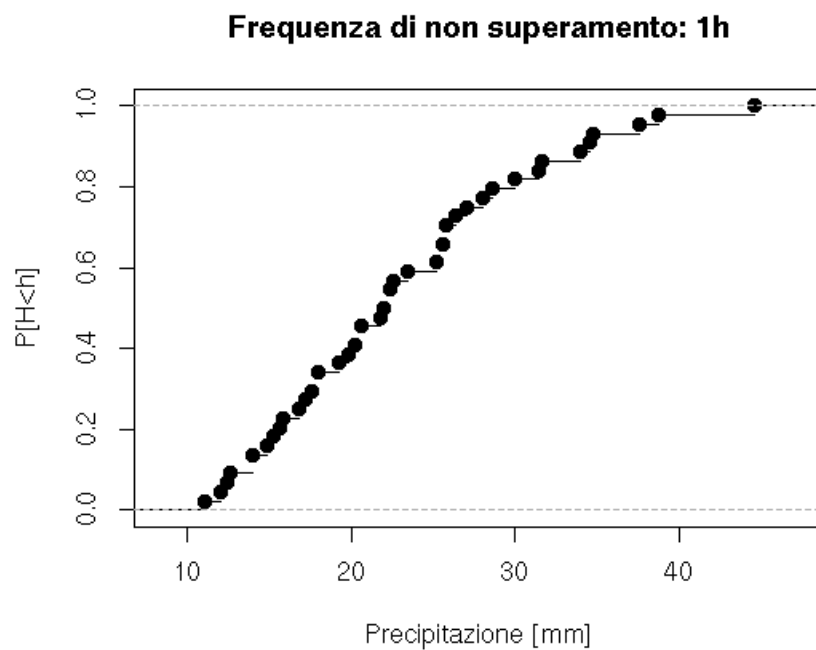


Figura 8 : ECDF 1h

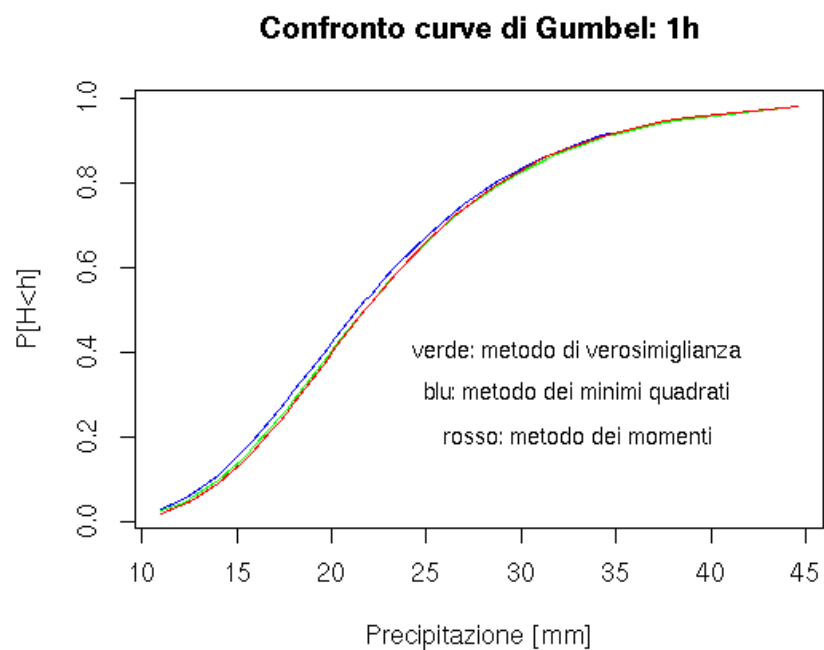


Figura 9 : Confronto curve di Gumbel 1h

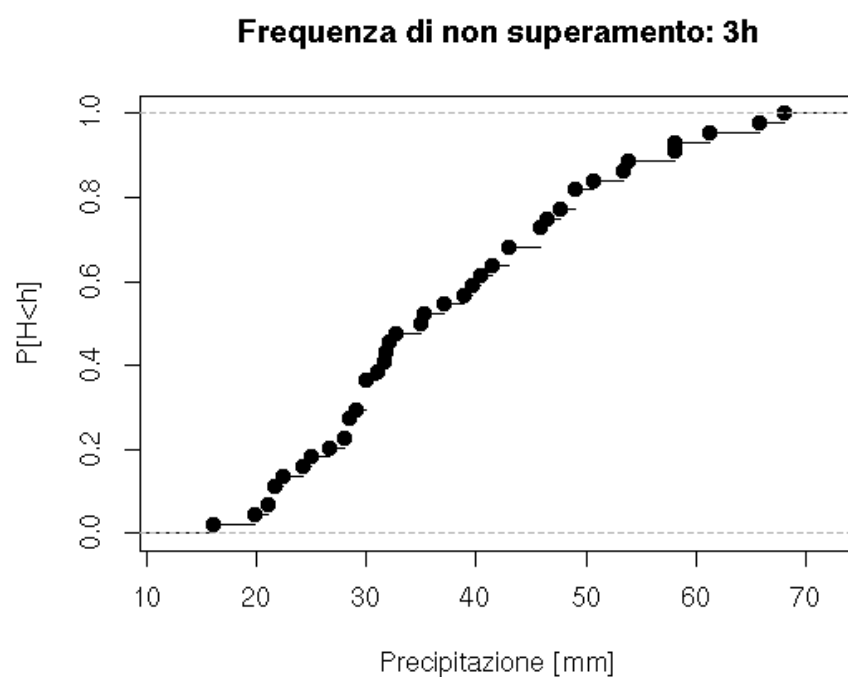


Figura 10 : ECDF 3h

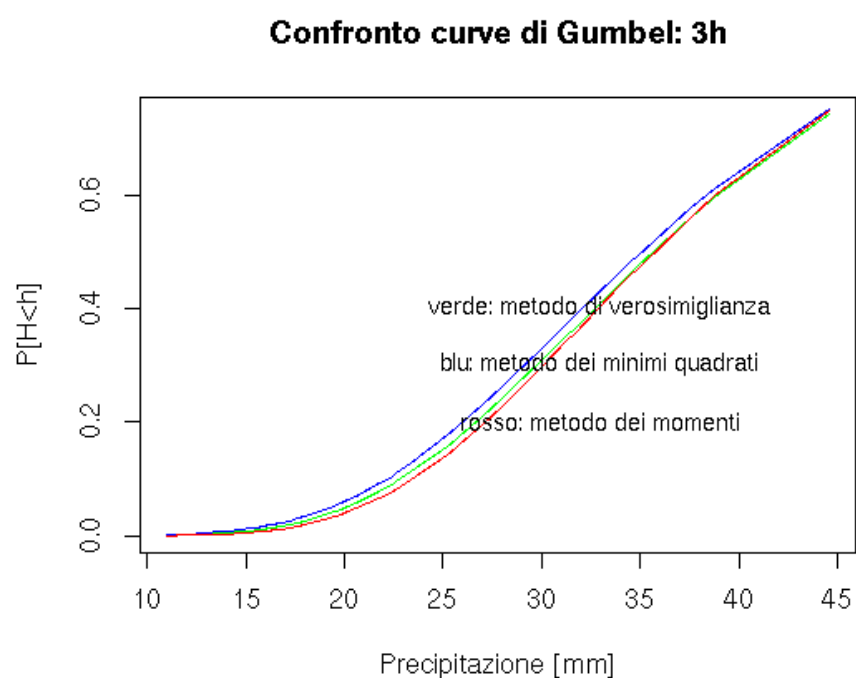


Figura 11 : Confronto curve di Gumbel 3h

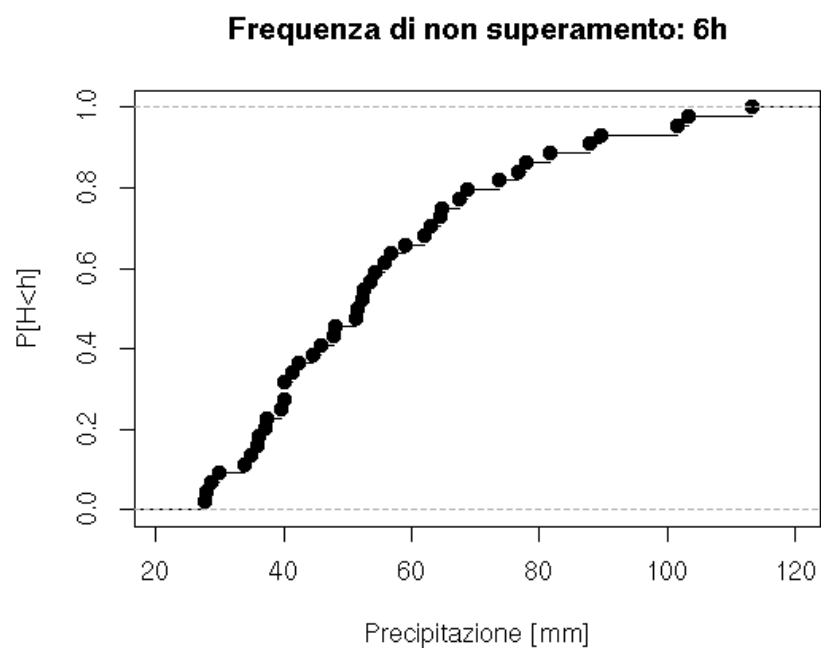


Figura12 : ECDF 6h

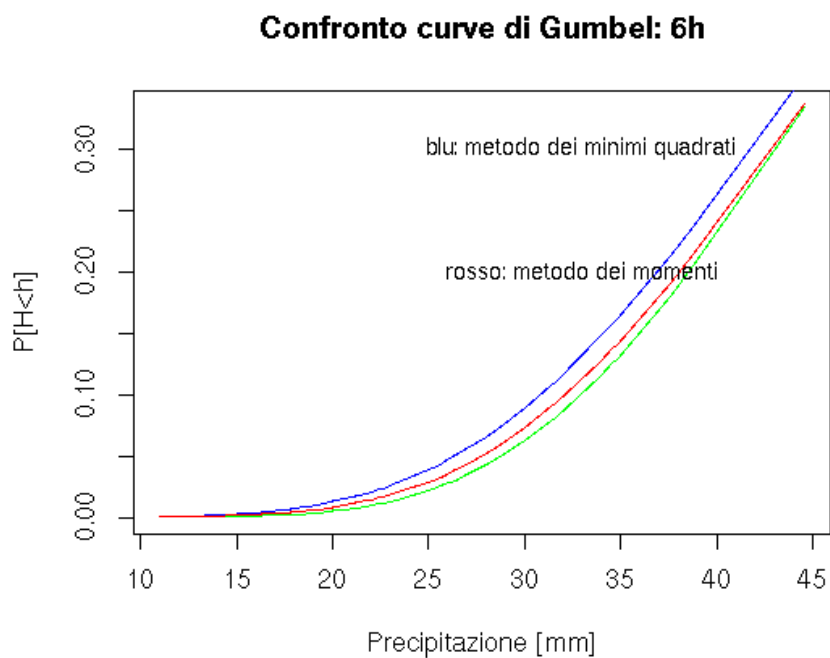


Figura 13: Confronto curve di Gumbel 6h

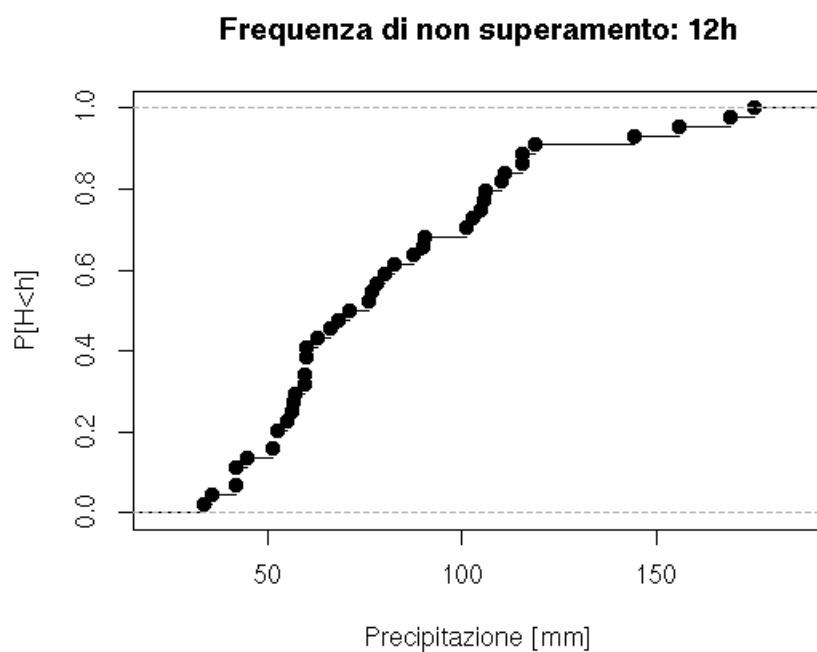


Figura14 : ECDF 12h

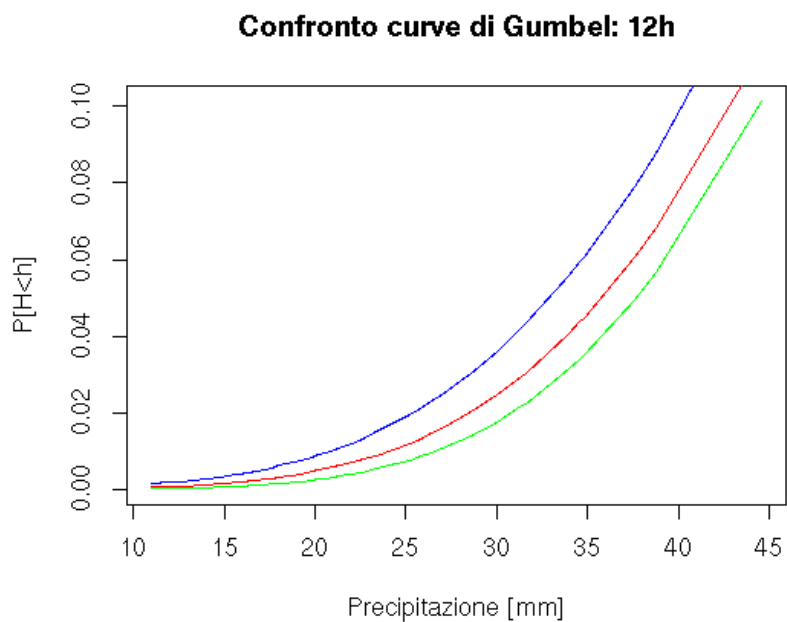


Figura 15 : Confronto curve di Gumbel 12h

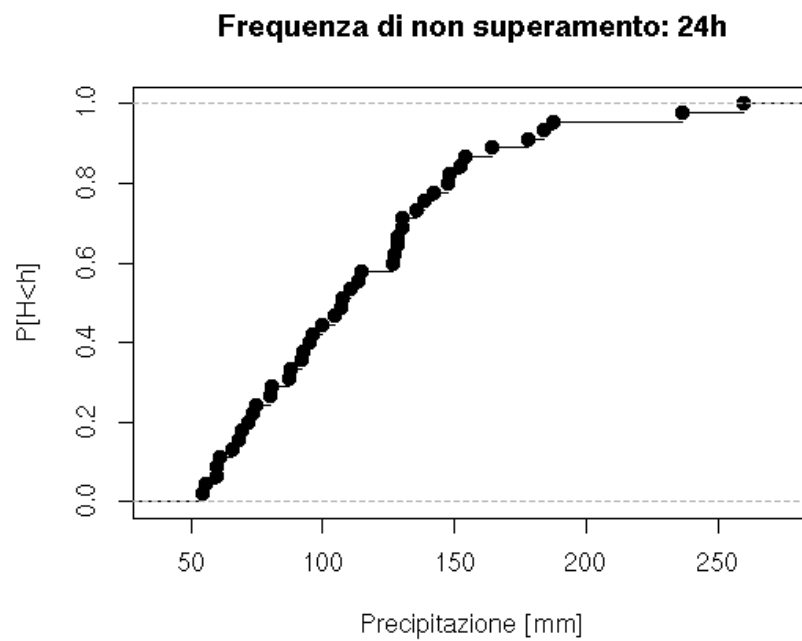


Figura 16 : ECDF 24h

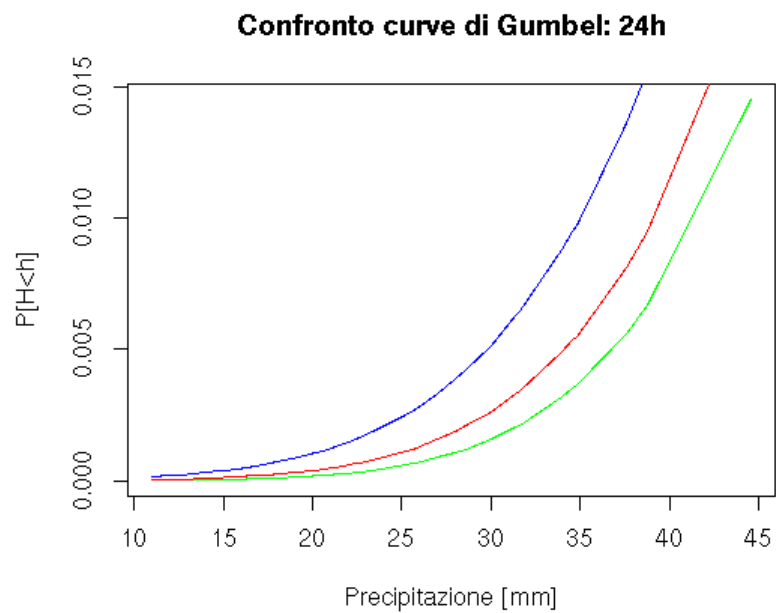


Figura17 : Confronto Gumbel 24h

4.2 Test di Pearson

Sono quindi riportati i valori di X^2 per ogni intervallo temporale: il metodo che meglio approssima i dati è quello con X^2 minore.

Metodo	1 h	3 h	6 h	12 h	24 h
Momenti	0,545454	4,409090	0,772727	2,818181	1,555556
Minimi quadrati	1,227272	4,409090	0,318181	4,409090	0,444444
Massima verosomiglianza	0,545454	3,954545	0,318318	3,727272	1,111111
Metodo migliore	Mom/Max ver	Max ver	Minimi quad/ Max ver	Momenti	Minimi quadrati

Per gli intervalli temporali di 1h e 6h si è scelto in modo arbitrario avendo lo stesso valore di X^2 per più metodi.

Seguono le curve di Gumbel determinate con il criterio risultato ottimo per ogni durata.

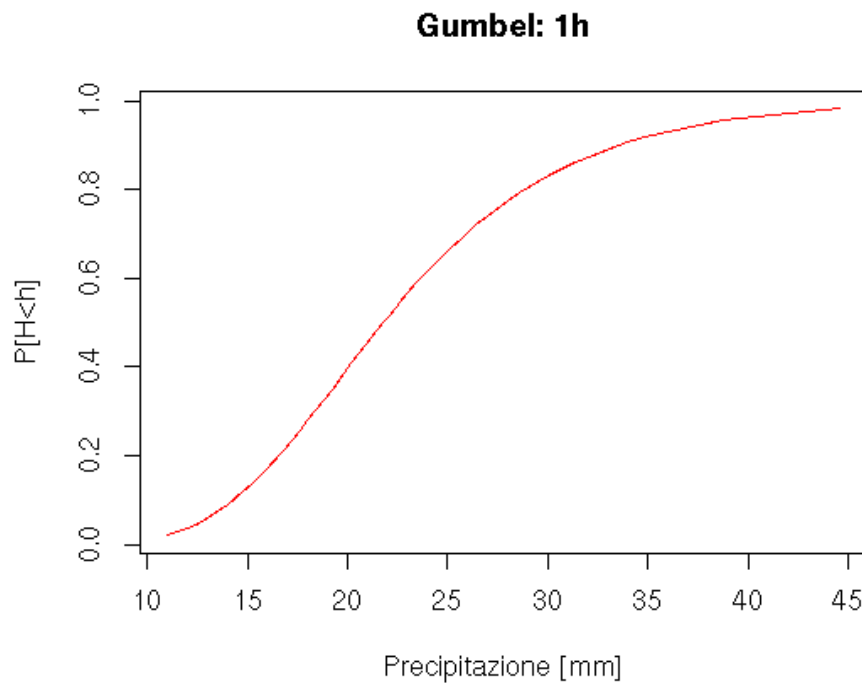


Figura 18: Curva 1h con i parametri ricavati da metodo dei momenti

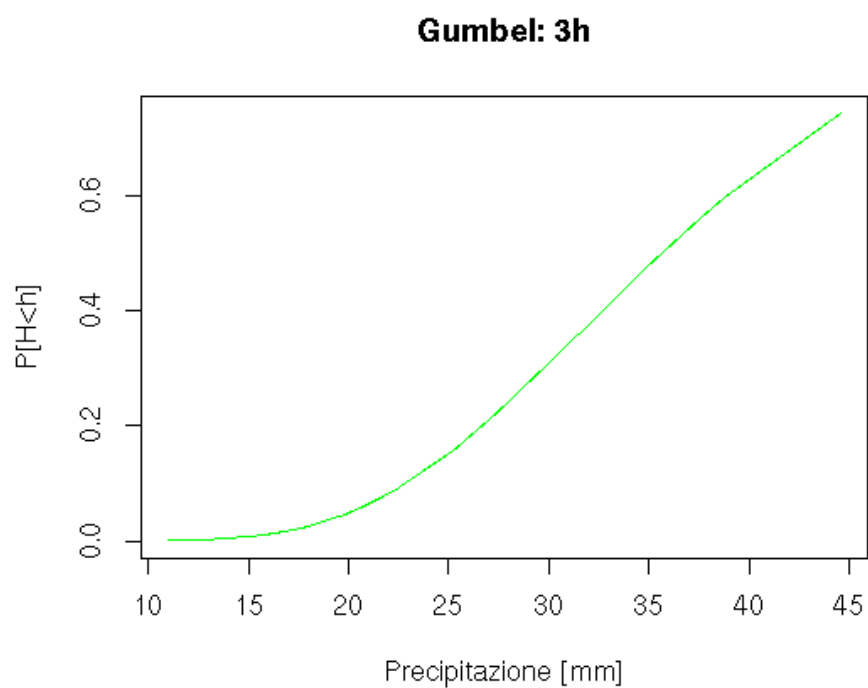


Figura 19: Curva 3h con i parametri da metodo massima verosomiglianza

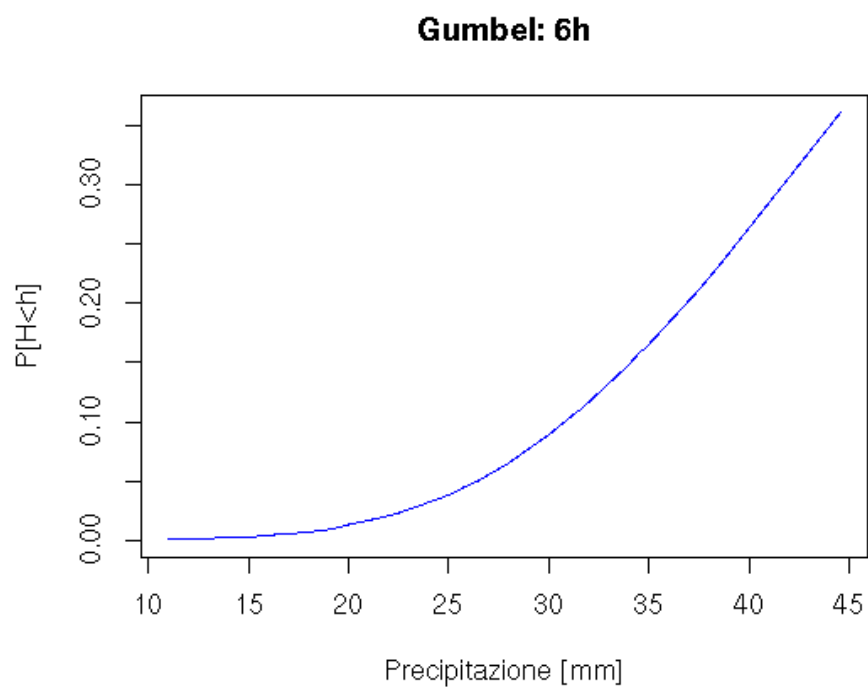


Figura 20: Curva 6h con i parametri ricavati dal metodo minimi quadrati

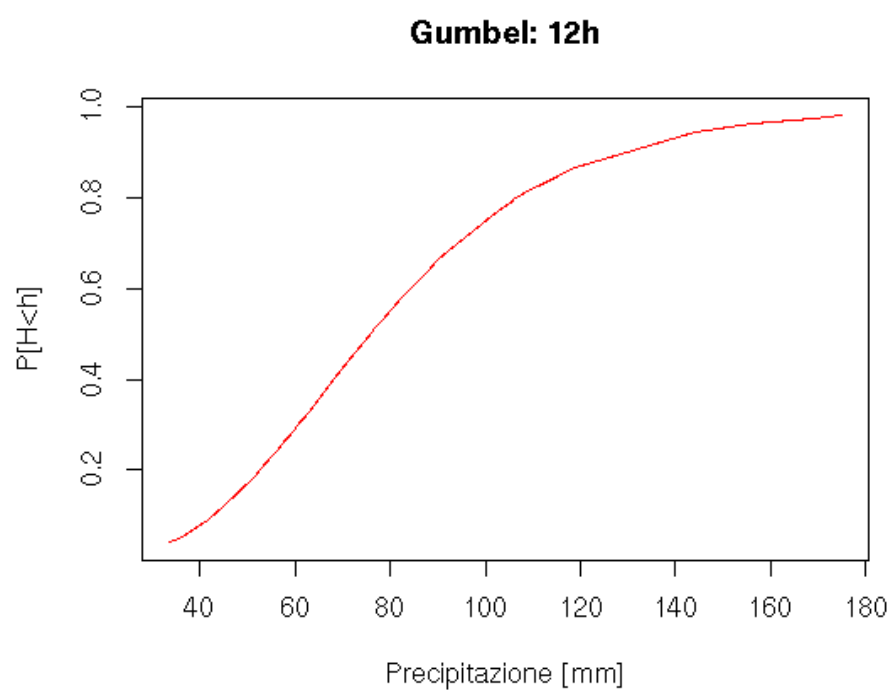


Figura 21: Curva 12h con i parametri ricavati dal metodo momenti

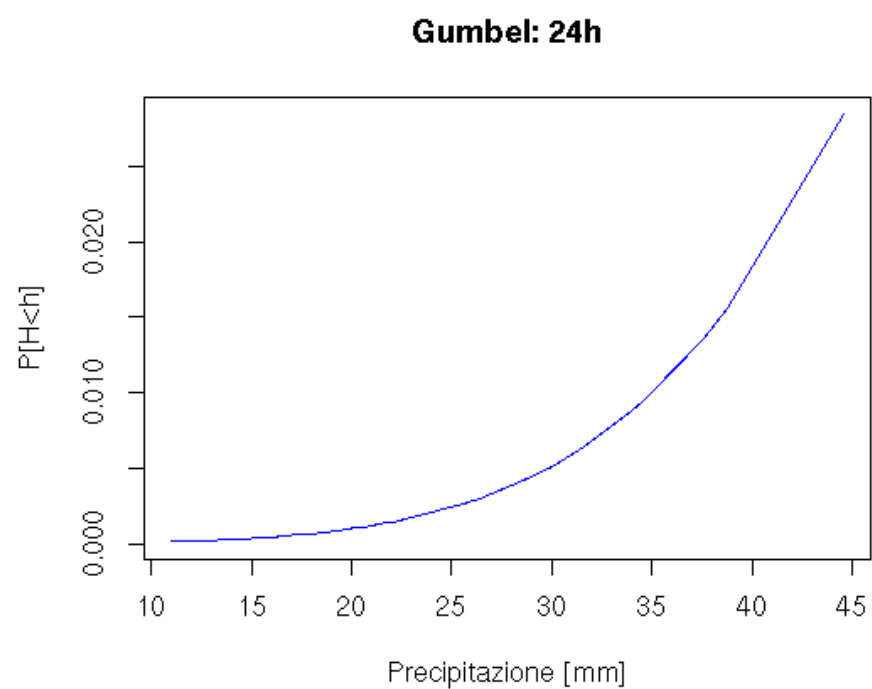


Figura 22 : Curva 24h con i parametri ricavati dal metodo dei minimi quadrati

I grafici di distribuzione di probabilità e densità di probabilità risultano quindi essere:

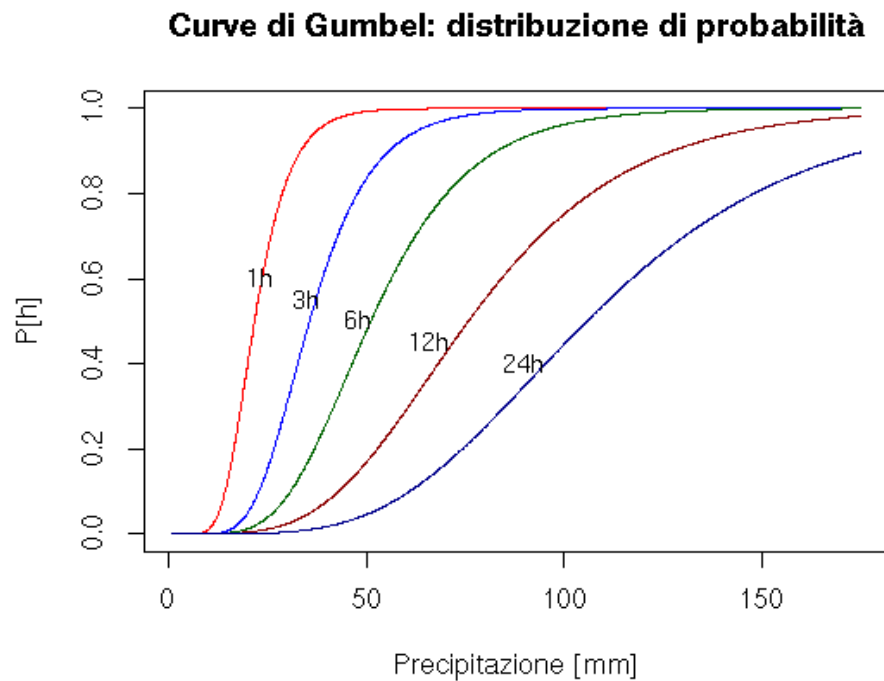


Figura 23 : Distribuzione della probabilità

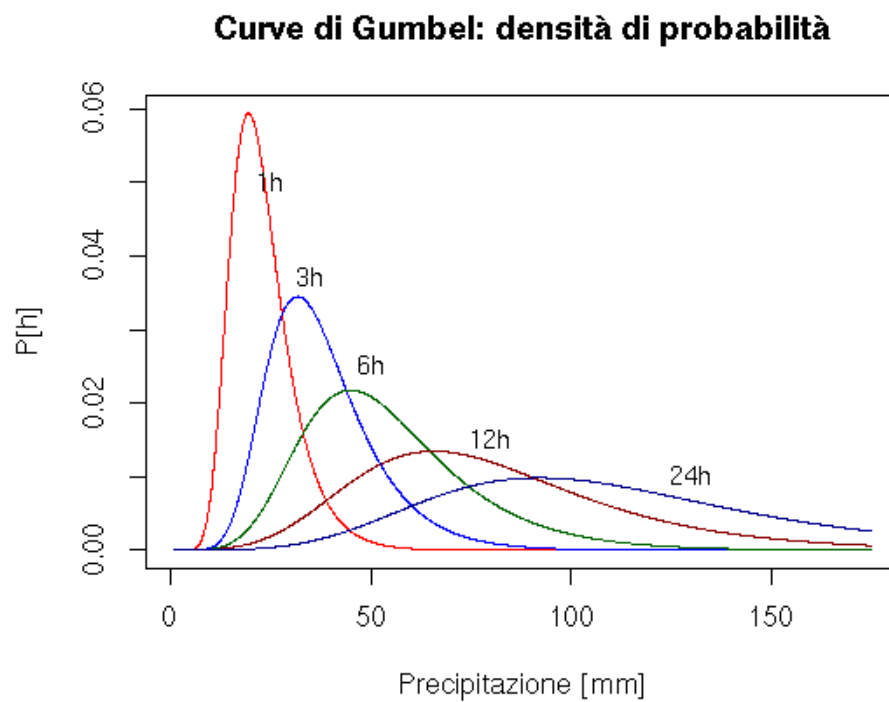


Figura 24 : Densità di probabilità

4.3 Tempi di ritorno e Linee segnalatrici

I tempi di ritorno selezionati sono quelli di 5 , 10 e 20 anni per i quali si calcolano le linee segnalatrici di possibilità pluviometrica.

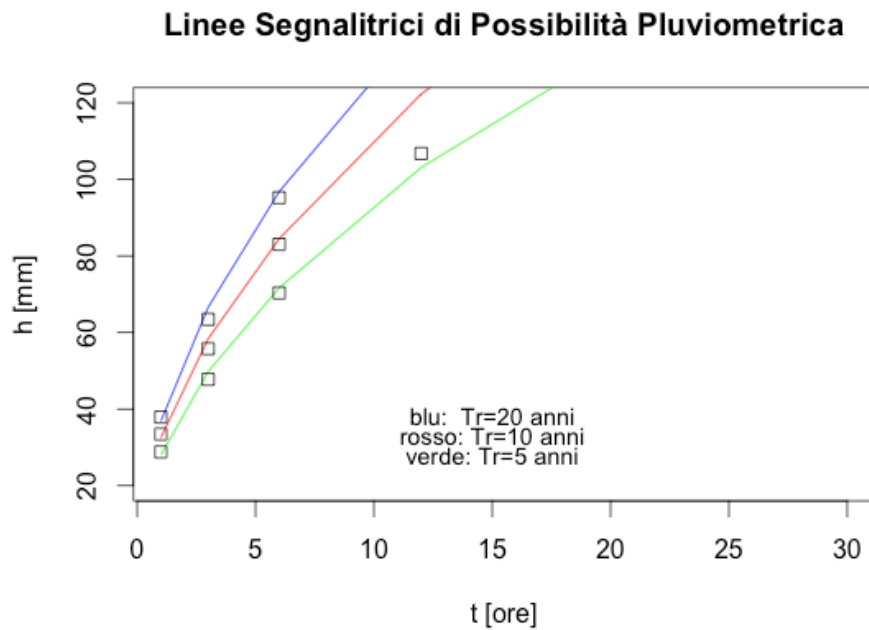


Figura 25: Linee segnalatrici di possibilità pluviometrica

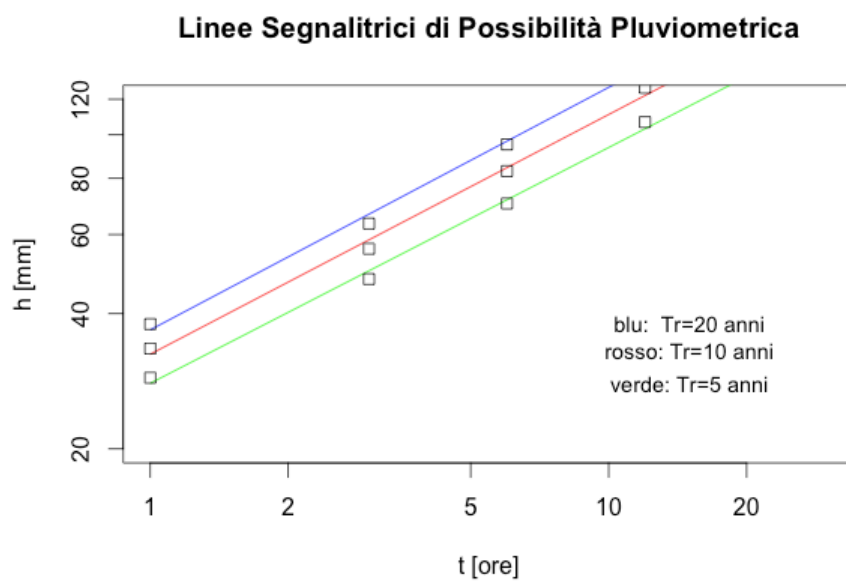


Figura 26 : Linee segnalatrici in grafico bi-logaritmico

5 Sitografia

- R. Rigon: *Le precipitazioni estreme e le curve di possibilità pluviometrica*, 2012 <http://www.slideshare.net/SlidesIdrologia/108-precipitazione-curve-di-possibilita-pluviometrica>
- R. Rigon: *Introduzione a R*, 2012 <http://www.slideshare.net/SlidesIdrologia/9-introduzione-r>