



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI TRENTO

Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Relazione pluviometrica

Anno Accademico 2014-2015

Docente: Riccardo Rigon

Esercitatori: Marialaura Bancheri

Blal Adem Esmail

Studenti: Stefano Rossi 175440

Daniele Casarin 174380

Indice

- Presentazione dei dati degli eventi di massima precipitazione
- Analisi preliminare dei dati orari
- Elaborazione dei dati orari
- Curve di Gumbel per i dati orari
- Calcolo delle linee segnalatrici di possibilità pluviometrica per i dati orari
- Analisi completa degli scrosci

Contenuti

Il seguente elaborato analizza i dati pluviometrici della stazione di Pergine, al fine di individuare le curve di possibilità pluviometrica per assegnati tempi di ritorno. A partire dai dati pluviometrici estratti da Meteotrentino, si ricerca la relazione fra altezza h_p delle precipitazioni e la loro durata t . La relazione $h_p = h_p(t_p, T_r)$ può essere espressa come la seguente legge di potenza:

$$h_p(t_p, T_r) = a(T_r)t_p^n$$

dove:

h = altezza di precipitazione

t_p = tempo di precipitazione (durata considerata)

a = coefficiente che dipende dal tempo di ritorno

n = esponente che **non** dipende dal tempo di ritorno

Le curve che si ottengono sono dette curve segnalatrici di possibilità pluviometrica (CSPP) e l'analisi viene fatta sulla base del cosiddetto tempo di ritorno (T_r), cioè il tempo medio di attesa stimato tra la presenza di un determinato evento e il successivo con caratteristiche tali per cui il valore della grandezza in esame venga eguagliato o superato. Da notare che poiché l'altezza di precipitazione cumulata è una funzione non decrescente della durata, allora $n > 0$.

L'intensità media di precipitazione vale:

$$J(t_p, T_r) = \frac{h_p(t_p, T_r)}{t_p} = a(T_r)t_p^{n-1}$$

Sia: T l'intervallo temporale in cui si dispone di una certa misura, nelle misurazioni fatte in T ed $m = T/n$ il tempo di campionamento di una singola misura, dove n è il numero di misure; allora:

$$T_r = \frac{T}{l} = n \frac{m}{l} = \frac{m}{ECDF(h^*)} = \frac{m}{1 - F_r(H < h^*)}$$

dove $F_r = 1/n$ è la frequenza di successi (probabilità di non superamento). Se l'intervallo di campionamento è unitario, cioè $m=1$ allora il tempo di ritorno è l'inverso della frequenza di superamento.

Tanto più un fenomeno è intenso, tanto più il suo tempo di ritorno aumenta. Si ricorda che il tempo di ritorno non rappresenta una scadenza fissa per il prodursi di un determinato evento, ma appunto, solo l'intervallo di tempo medio del suo verificarsi.

Nel corso dell'analisi si è seguito un approccio statistico e probabilistico. L'analisi probabilistica è necessaria in quanto, mentre per i dati rilevati in passato si può definire la frequenza (numero di volte in cui un evento si è presentato in una serie di manifestazioni), per i dati futuri occorre introdurre il concetto di probabilità, ovvero il rapporto tra il numero di casi favorevoli al verificarsi di un certo evento ed il numero dei casi possibili.

Nella prima parte di tale relazione si sono presi in analisi solo i rilievi relativi ad intervalli temporali maggiori o uguali ad un'ora (ovvero durate di 1, 3, 6, 12, 24 ore). Successivamente sono poi presentati ed elaborati quelli relativi agli scrosci (cioè precipitazioni di durata pari a 15, 30, 45 minuti).

I valori di massima precipitazione

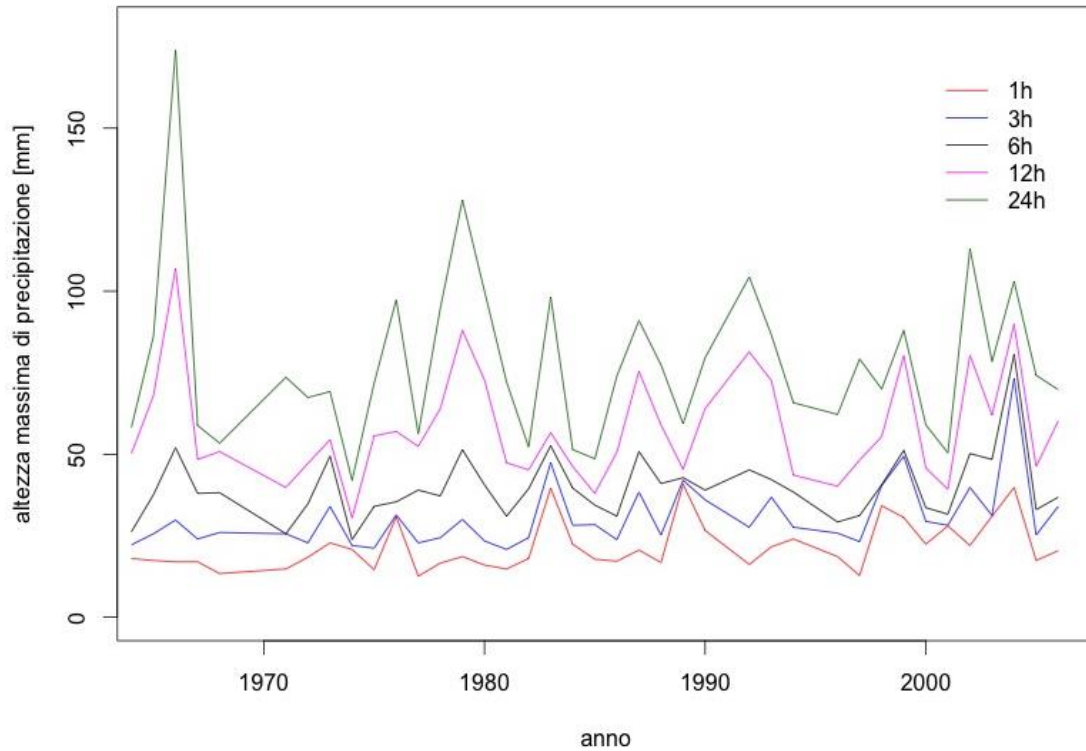
Nella tabella seguente sono riportati i valori relativi alle massime precipitazioni rilevate presso la stazione meteorologica di Pergine dal 1964 al 2006. Si prendono qui in considerazione solo i rilievi relativi a intervalli temporali maggiori o uguali a un'ora. Si sottolinea che la serie di anni di registrazione non è continua.

ANNO	1h	3h	6h	12h	24h
1964	18.0	22.2	26.2	50.2	58.2
1965	17.4	25.6	37.6	68.0	86.2
1966	17.0	29.8	52.0	107.0	174.0
1967	17.0	24.0	38.0	48.4	58.8
1968	13.4	26.0	38.2	50.8	53.4
1971	14.8	25.6	25.6	39.8	73.6
1972	18.4	22.8	34.8	47.2	67.4
1973	22.8	34.0	49.4	54.4	69.2
1974	20.8	22.0	23.8	30.4	42.0
1975	14.6	21.2	34.0	55.6	71.8
1976	30.8	31.4	35.4	57.0	97.4
1977	12.6	22.8	39.0	52.4	56.2
1978	16.6	24.4	37.2	64.0	94.8
1979	18.6	30.0	51.4	88.0	128.0
1980	16.0	23.4	40.6	72.8	100.0
1981	14.8	20.8	31.0	47.4	72.2
1982	18.0	24.4	39.4	45.2	52.2
1983	39.6	47.4	52.6	56.6	98.2
1984	22.4	28.2	39.6	46.2	51.4
1985	17.8	28.4	34.4	38.0	48.6
1986	17.2	23.8	31.0	50.6	74.0
1987	20.6	38.4	50.8	75.4	91.0
1988	16.8	25.2	41.0	59.0	77.4
1989	40.8	42.0	42.8	45.4	59.4
1990	26.6	36.0	39.0	64.0	79.6
1992	16.2	27.6	45.2	81.4	104.4
1993	21.6	36.8	42.2	72.6	86.6
1994	24.0	27.6	38.4	43.6	65.8
1996	18.6	25.8	29.2	40.2	62.2
1997	12.8	23.2	31.2	48.2	79.2
1998	34.2	40.4	40.6	55.4	70.0
1999	30.6	49.4	51.2	80.2	88.0
2000	22.4	29.4	33.6	45.8	59.0
2001	28.0	28.2	31.6	39.2	50.4
2002	22.0	39.8	50.2	80.4	113.0
2003	31.0	31.2	48.4	62.0	78.4
2004	39.8	73.2	80.6	89.8	103.0
2005	17.4	25.2	33.0	46.2	74.2
2006	20.4	34.0	36.8	60.2	69.8

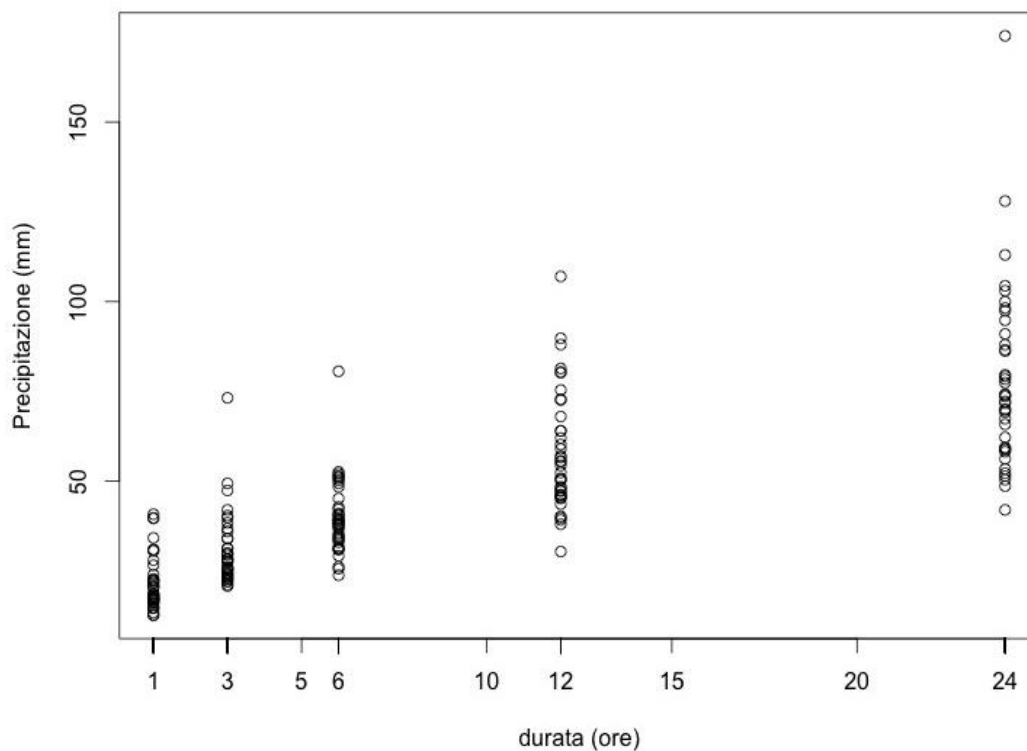
Analisi preliminari dei dati orari

Per ogni durata di precipitazione si ha una distribuzione di pioggia.
Dal seguente grafico si può osservare la correttezza dei dati n quanto all'aumentare del tempo considerato aumenta l'altezza massima di precipitazione.

Precipitazioni a Pergine Valsugana dal 1964 al 2006



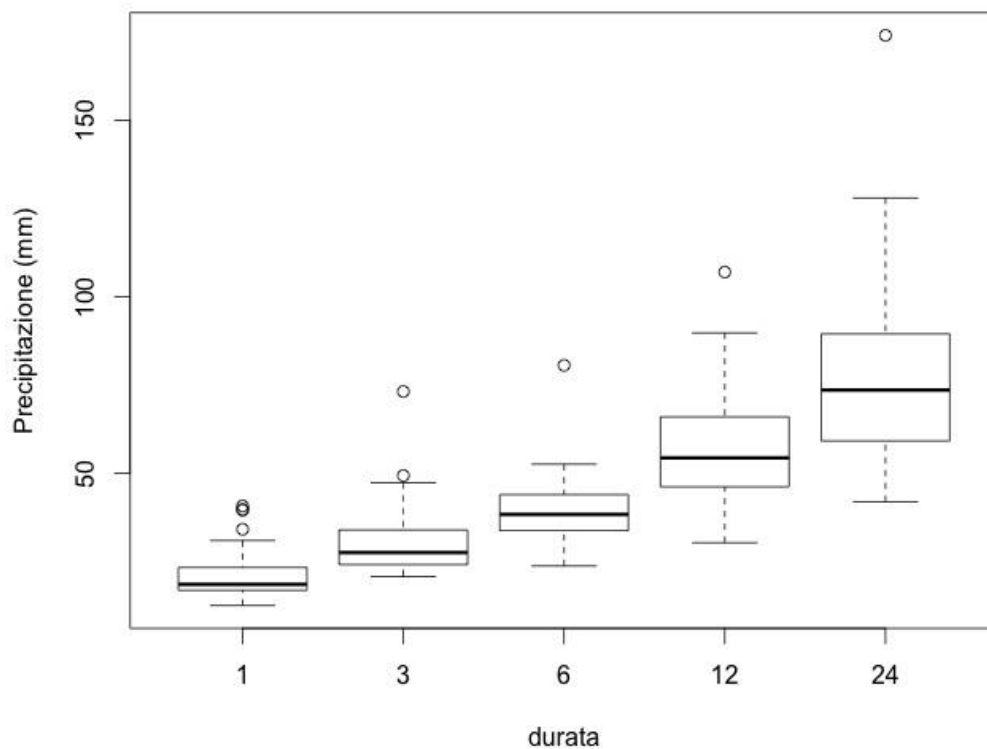
Precipitazioni Massime a Pergine Valsugana



Box-plot e istogrammi

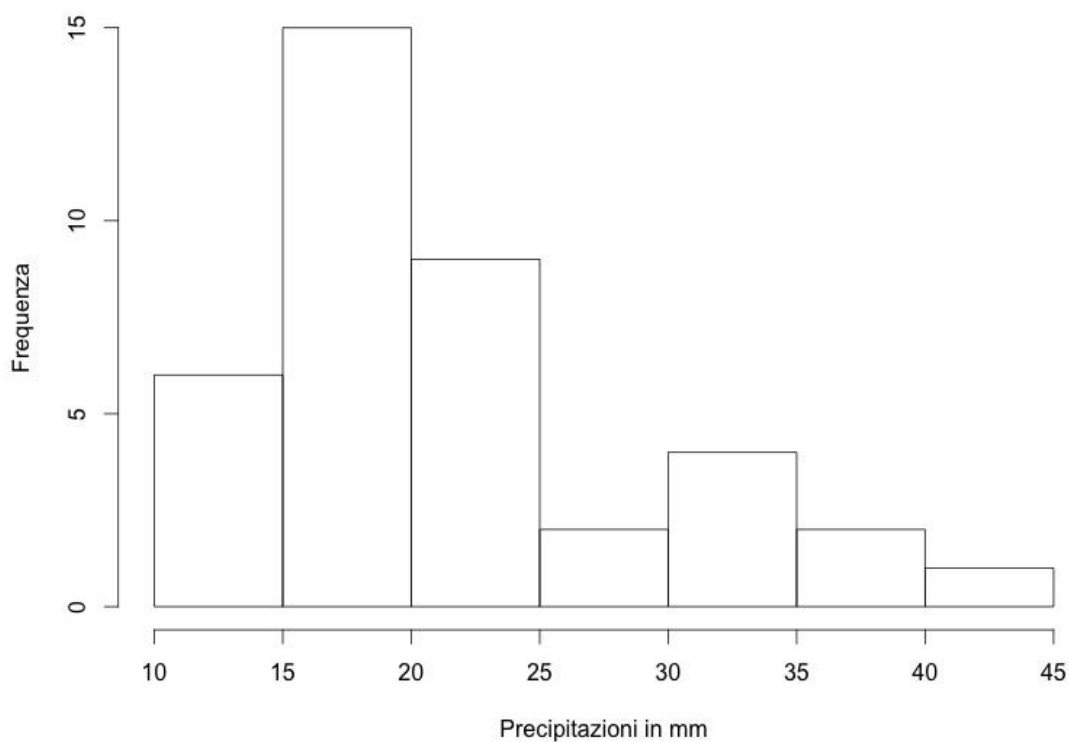
L'operazione iniziale è stata quella di analizzare la significatività dei dati a nostra disposizione. Tale verifica si è svolta osservando come una serie di rilevamenti facenti riferimento al medesimo anno sia non decrescente. Successivamente si è tracciato un box-plot per rappresentare in modo compatto e grafico una serie di informazioni quali medie, quantili, dispersioni e dati particolarmente discostati dalle medie.

Precipitazioni Massime a Pergine Valsugana

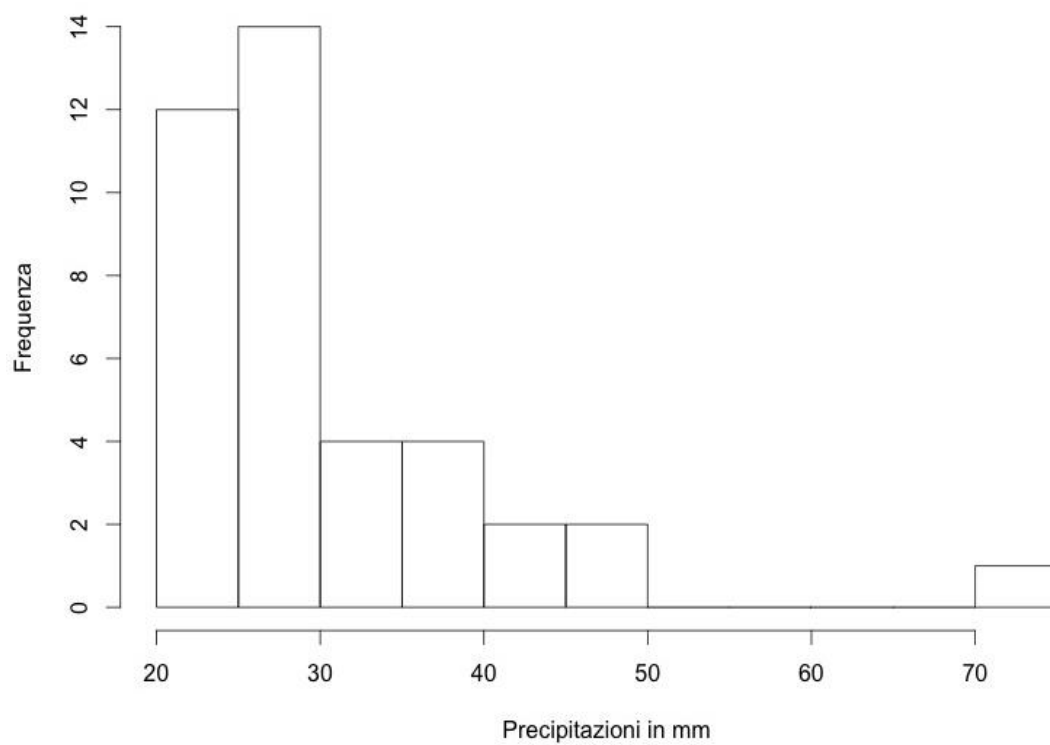


Di seguito si tracciano gli istogrammi per illustrare l'andamento qualitativo delle frequenze con le quali si presentano le altezze di precipitazione su intervalli di tempo omogenei.

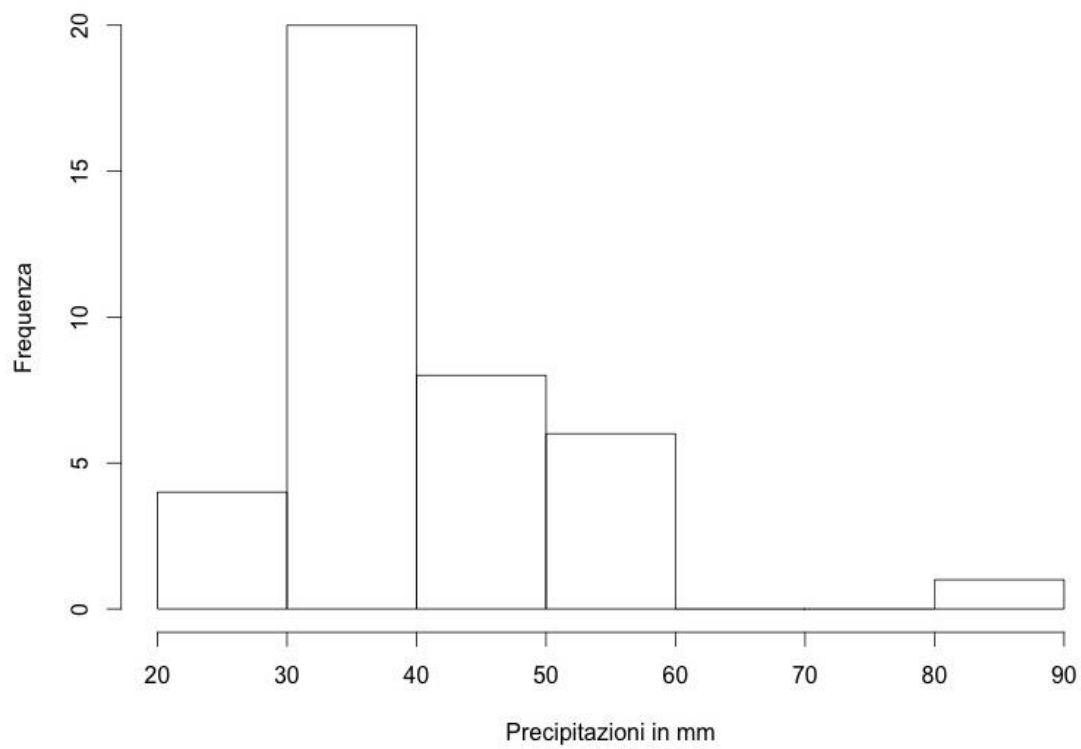
Precipitazioni massime di 1 ora a Pergine Valsugana



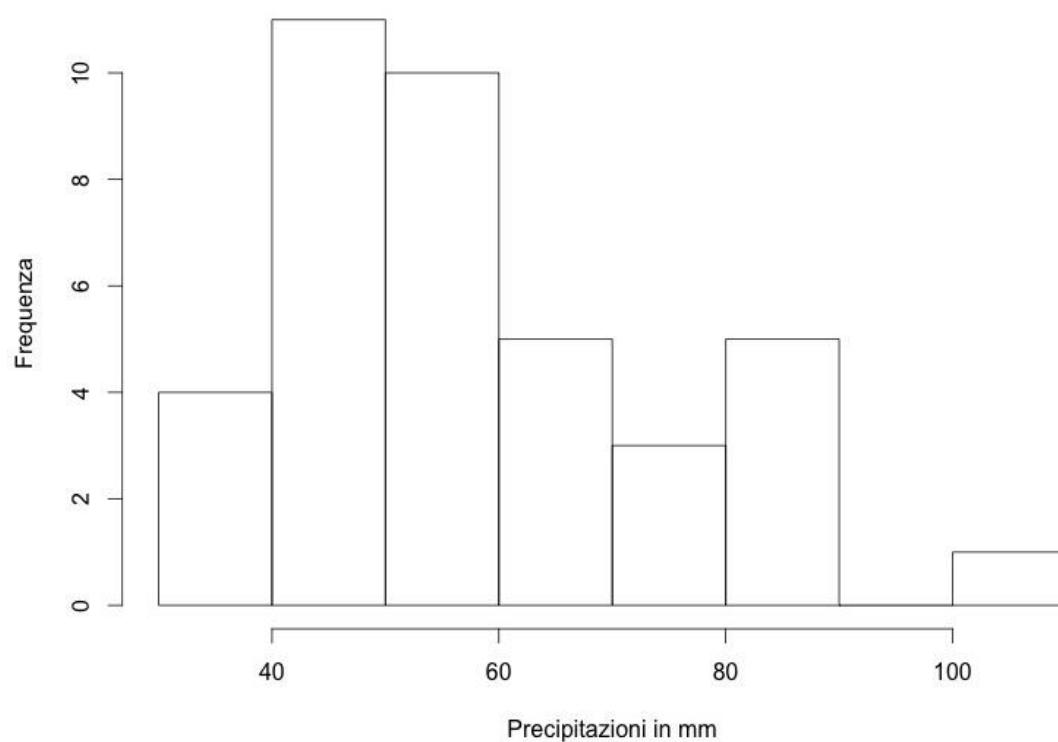
Precipitazioni massime di 3 ore a Pergine Valsugana



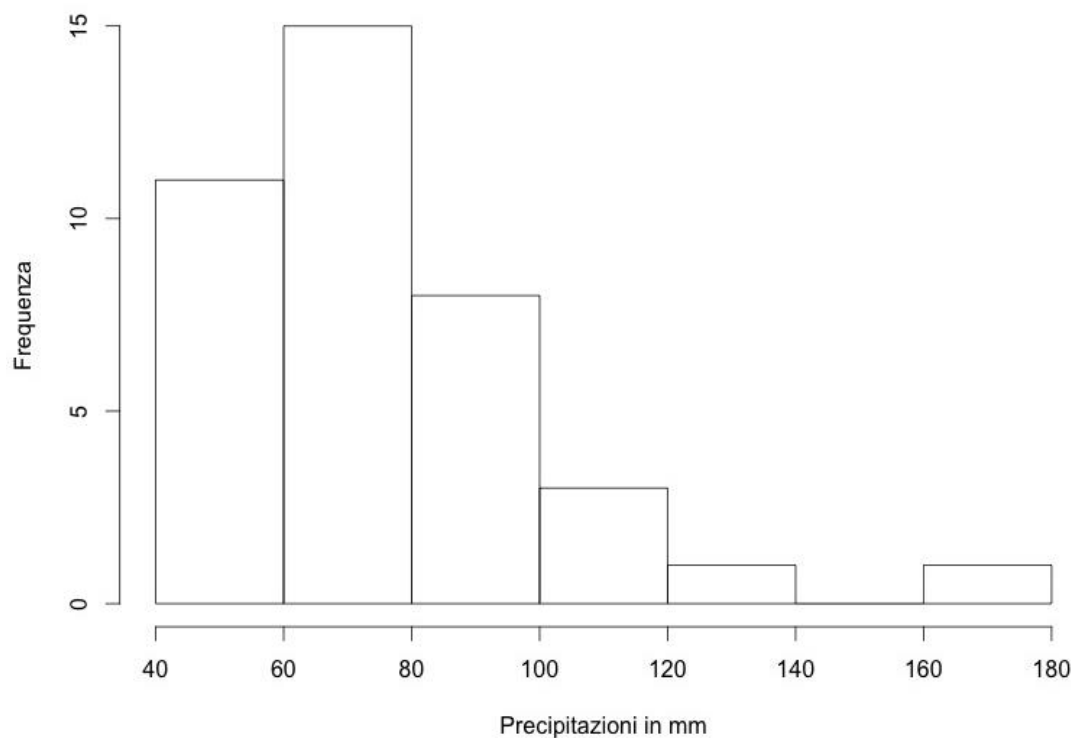
Precipitazioni massime di 6 ore a Pergine Valsugana



Precipitazioni massime di 12 ore a Pergine Valsugana



Precipitazioni massime di 24 ore a Pergine Valsugana



Legge di gumbel

In idrologia si utilizza la distribuzione di Gumbel per descrivere la curva dei valori estremi di precipitazione. La distribuzione di Gumbel, detta anche curva dei valori estremi di tipo I, indica una famiglia di curve caratterizzata da due parametri, il cui grafico si presenta come una campana asimmetrica. Si indica qui la sua espressione analitica, in cui è evidente la natura doppia esponenziale della stessa:

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{x-a}{b}}}$$

dove a è un parametro di posizione (è la moda) e b è un parametro di forma, che devono essere calcolati, ma per poterlo fare bisogna utilizzare dei metodi di adattamento dei parametri (criteri di ottimo)

Metodo di adattamento dei parametri

I tre metodi di adattamento dei parametri da noi utilizzati per ricavare i valori di a e b che caratterizzano le curve di Gumbel sono il metodo dei momenti, quello dei minimi quadrati e quello della massima verosimiglianza:

➤ Metodo dei momenti

Il metodo dei momenti consiste nell'uguagliare i momenti del campione con i momenti della popolazione, che risultano definiti da:

$$M_H[1; \theta] = E_H[h] = \int_{-\infty}^{\infty} h p d f_H(1; \theta) dh \quad \rightarrow \text{media}$$

$$M_H[1; \theta] = \int_{-\infty}^{\infty} (h - E_H[h])^t p d f_H(1; \theta) dh \quad t > 1 \quad \rightarrow \text{momento t-esimo}$$

Per ottenere un numero sufficiente di equazioni bisogna considerare tanti momenti quanti sono i parametri (del campione), cioè 2 nel nostro caso.

Si vuole dunque fare coincidere con i momenti del campione empirico, determinati analiticamente, con i momenti della popolazione, essendo note le espressioni analitiche dei momenti.

Quindi eguagliando media e varianza derivanti dalla teoria della probabilità con media e varianza derivanti dalla statistica si ha:

$$\begin{cases} b\gamma + a = \mu_H \rightarrow \text{ricavo } a \\ b^2 \frac{\pi^2}{6} = \sigma_H^2 \rightarrow \text{ricavo } b = \sqrt{\frac{6\sigma_H^2}{\pi}} \end{cases}$$

dove γ è la costante di Eulero-Mascheroni (0.57721566)

➤ Metodo dei minimi quadrati

Il metodo dei minimi quadrati è una tecnica di ottimizzazione, che permette di trovare una funzione interpolante che si avvicini il più possibile alla distribuzione empirica di dati. Il metodo prevede

quindi di rendere minimo lo scarto tra le misure e la curva che le deve interpolare. Si indica con scarto quadratico

$$\delta^2(\theta) = \sum (y_i - y_i^c)^2$$

dove:

y_i = valore misurato

y_i^c = valore calcolato appartenente alla curva.

Tale minimizzazione si ottiene derivando l'espressione dello scarto rispetto agli m parametri (che poi sono sostanzialmente a e b), e ponendola uguale a zero:

$$\frac{\partial \delta^2(\theta_j)}{\partial \theta_j} = 0 \quad j = 1, \dots, m$$

Si ottengono così due equazioni non lineari (nelle due incognite a e b) che consentono di ricavare i valori dei parametri della curva di Gumbel.

➤ Metodo della massima verosimiglianza

Il metodo della massima verosimiglianza è un procedimento matematico che consiste nel massimizzare la funzione di verosimiglianza; questa è definita in base alla probabilità di osservare una data serie campionaria, condizionatamente ai valori assunti dai parametri oggetto di stima.

Il metodo si fonda sulla valutazione della probabilità composta di ottenere la serie temporale registrata.

Definisco allora la funzione di verosimiglianza come, considerando l'indipendenza delle osservazioni (non è propriamente vero a causa della dinamica della natura qualche correlazione c'è), come produttoria delle singole probabilità :

$$P(x, a, b) = \prod_{i=1}^N P(x_i, a, b)$$

con le variabili a e b coincidenti con i parametri della distribuzione considerata.

Dal punto di vista operativo è conveniente operare sul logaritmo della funzione di verosimiglianza; detta log-verosomiglianza, per massimizzarla (perché questo passaggio permette di passare dall'operatore di produttoria a quello di sommatoria, oltre al fatto di sfruttare più facilmente le operazioni con il logaritmo):

$$\log[P(x, a, b)] = \sum \log[P(x_i, a, b)]$$

Il passaggio è lecito perché, applicando il logaritmo alla funzione, questo mantiene gli stessi punti di massimo e minimo (data la natura biiettiva del logaritmo). Allora i valori dei parametri che rendono massima $\log(v)$ si ricavano derivando l'espressione rispetto ai parametri a e b e ponendola uguale a zero.

$$\begin{cases} \frac{\partial \log[P(\{x_1, \dots, x_N\}, a, b)]}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \log[P(\{x_1, \dots, x_N\}, a, b)]}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

si ottengono 2 equazioni non lineari in 2 incognite.

Testi di Pearson

Il test di Pearson fornisce informazioni sulla bontà dei valori attribuiti ai parametri attraverso vari metodi di adattamento. Per applicare il test di Pearson si seguono dei semplici passi:

1. rappresentare il campo di probabilità delle altezze dei valori estremi di precipitazione
2. suddividere il campo in k parti, eventualmente uguali
3. di conseguenza si suddivide il dominio in intervalli (uguali a quelli disegnati precedentemente)
4. contare il numero di dati in ciascun intervallo
5. valutare la funzione

$$X^2 = \sum_{j=1}^K \frac{(N_j - n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j]))^2}{n(P[H < h_{j+1}] - P[H < h_j])}$$

dove

$$\begin{cases} P[H < h_0] = P[H < 0] \\ P[H < h_{n+1}] = P[H < \infty] \end{cases}$$

6. cercare la coppia di parametri per cui X^2 è il più piccolo.

Le linee così ottenute sono sostanzialmente tutte rettilinee e parallele tra loro, considerando i diversi parametri nelle varie durate.

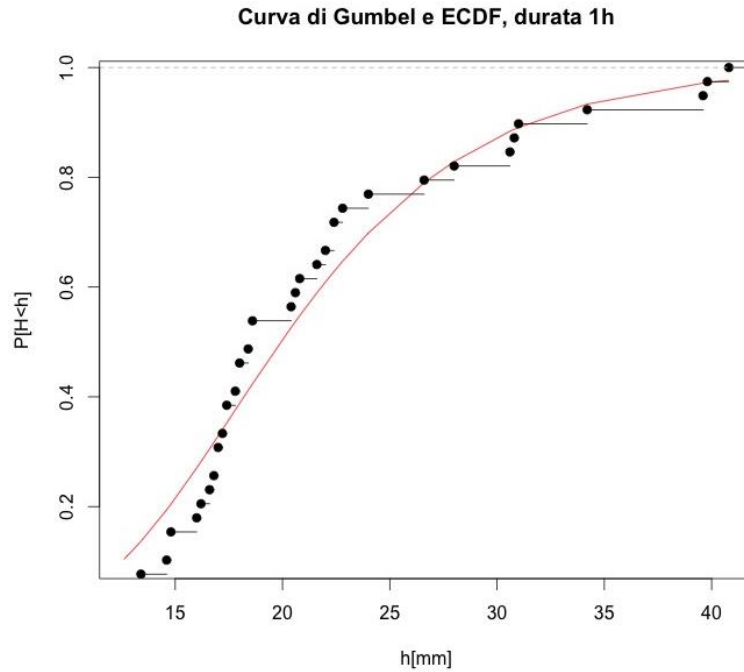
Quindi questo metodo può essere visto come:

$$X^2 = \sum \frac{(\text{valore osservato} - \text{valore atteso})^2}{\text{valore atteso}}$$

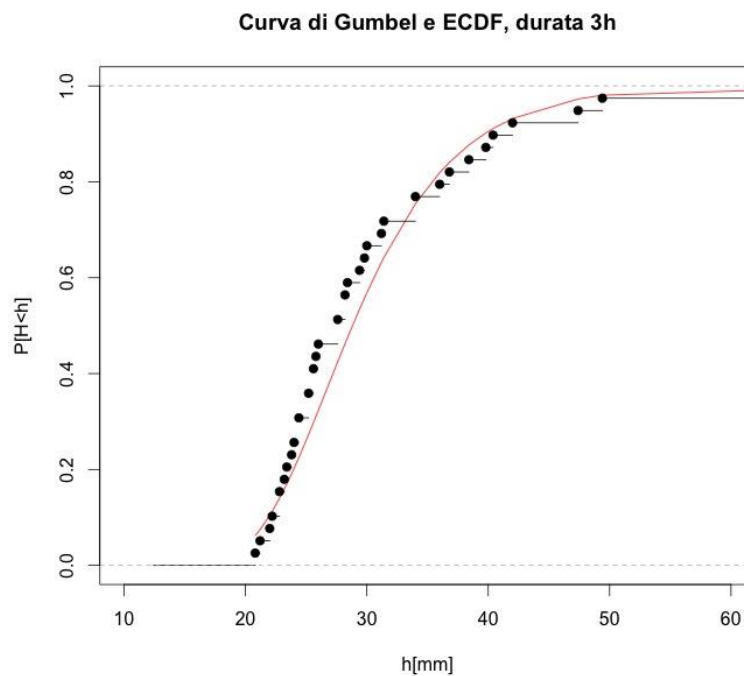
ossia in statistica serve per stimare la bontà dell'uguaglianza tra una distribuzione di dati con una distribuzione di riferimento (vista come l'ipotesi zero). Questa ipotesi zero viene accettata con una confidenza pari a $1/20 = 0,05$.

Il procedimento viene ripetuto per ciascuna coppia di parametri precedentemente trovata.

Grafici delle distribuzioni di probabilità di non supermento

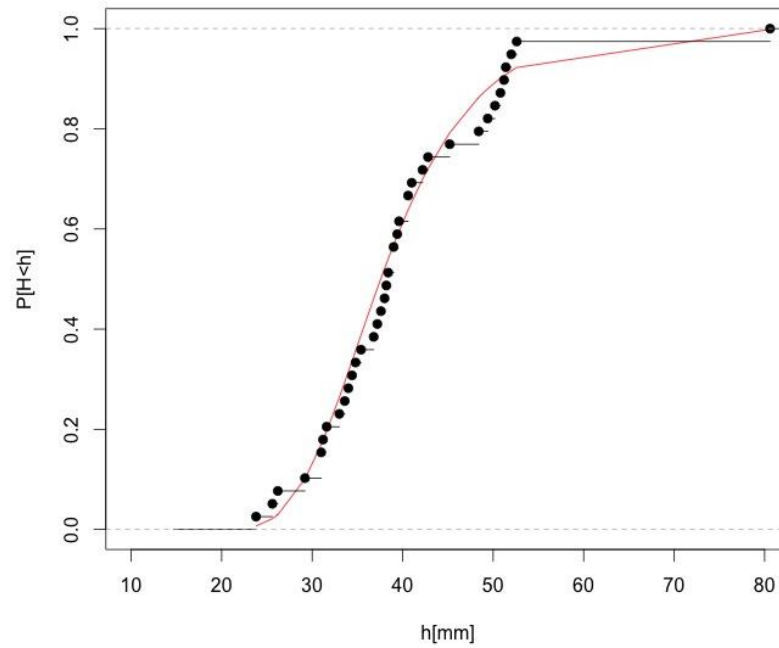


Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	18.210338	17.660963	18.396826
b	5.872433	6.185206	5.004117
X²	9.076923	7.28051	8.051282



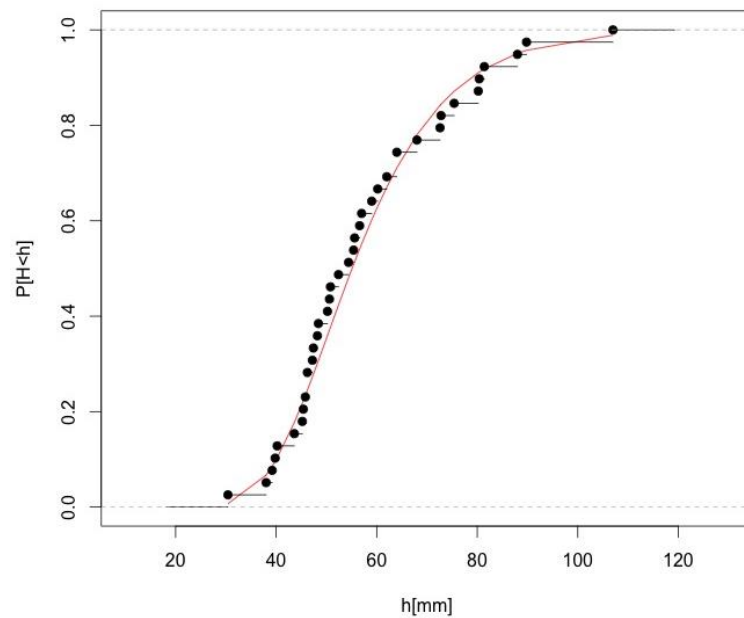
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	26.037494	25.841524	26.706007
b	7.824370	6.438519	5.765869
X²	8.051282	8.820513	2.410256

Curva di Gumbel e ECDF, durata 6h

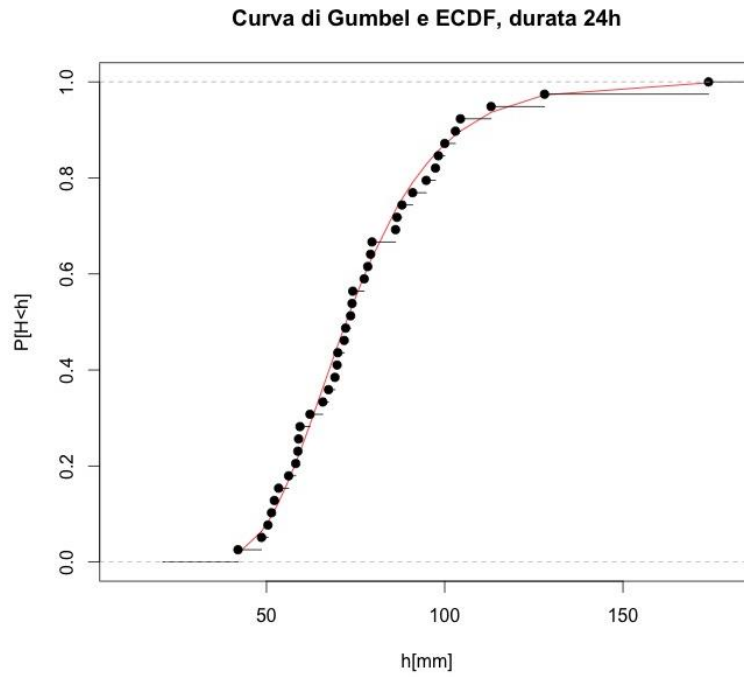


Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	35.331156	35.010343	35.541940
b	7.955290	6.994601	7.634590
X²	4.461538	1.641026	4.717949

Curva di Gumbel e ECDF, durata 12h



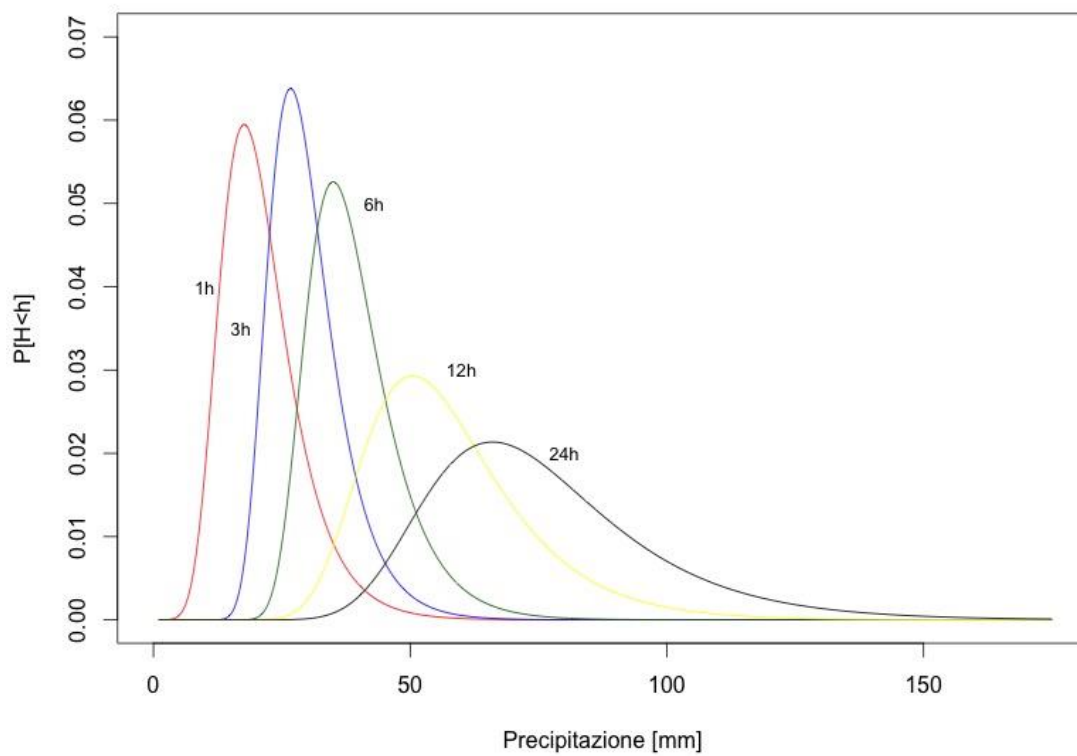
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	50.42488	49.54069	50.49392
b	12.99028	12.95739	12.56017
X²	3.948718	3.948718	3.692308



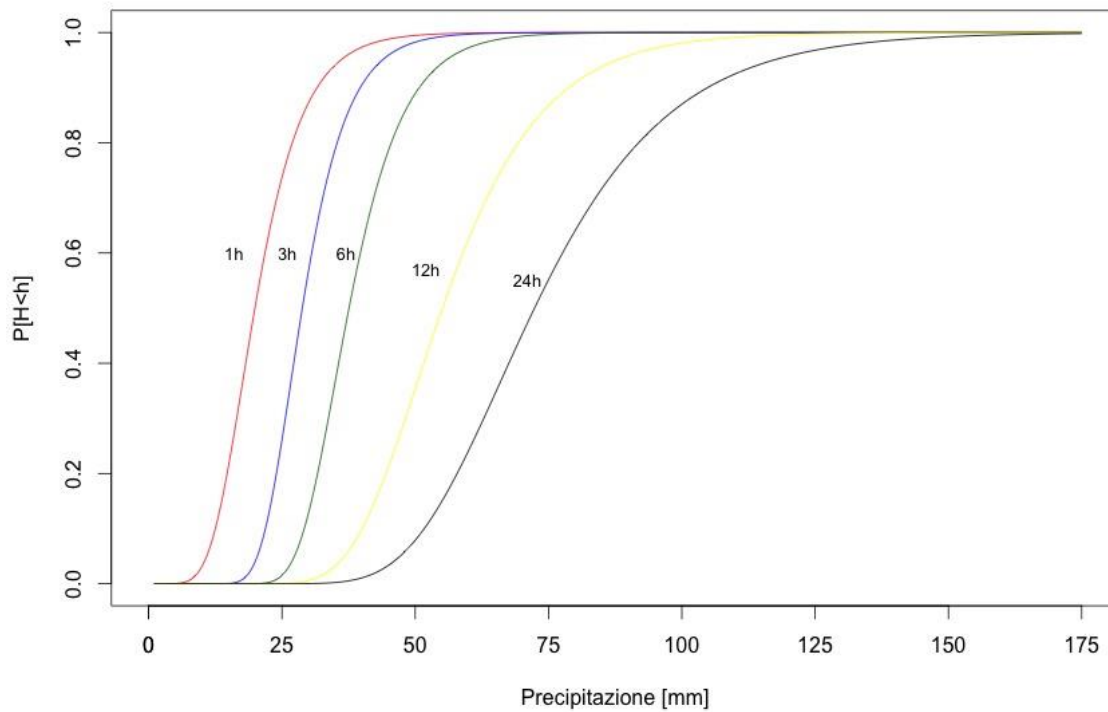
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	66.63323	66.05003	67.28690
b	19.55913	17.22874	17.73666
X²	3.4358974	0.6153846	3.6923077

Scelti i parametri migliori grazie al test di Pearson applicato a ciascuna durata, si sovrappongono qui le distribuzioni degli eventi estremi in modo da ottenere i seguenti grafici:

Distribuzioni di probabilità di Gumbel



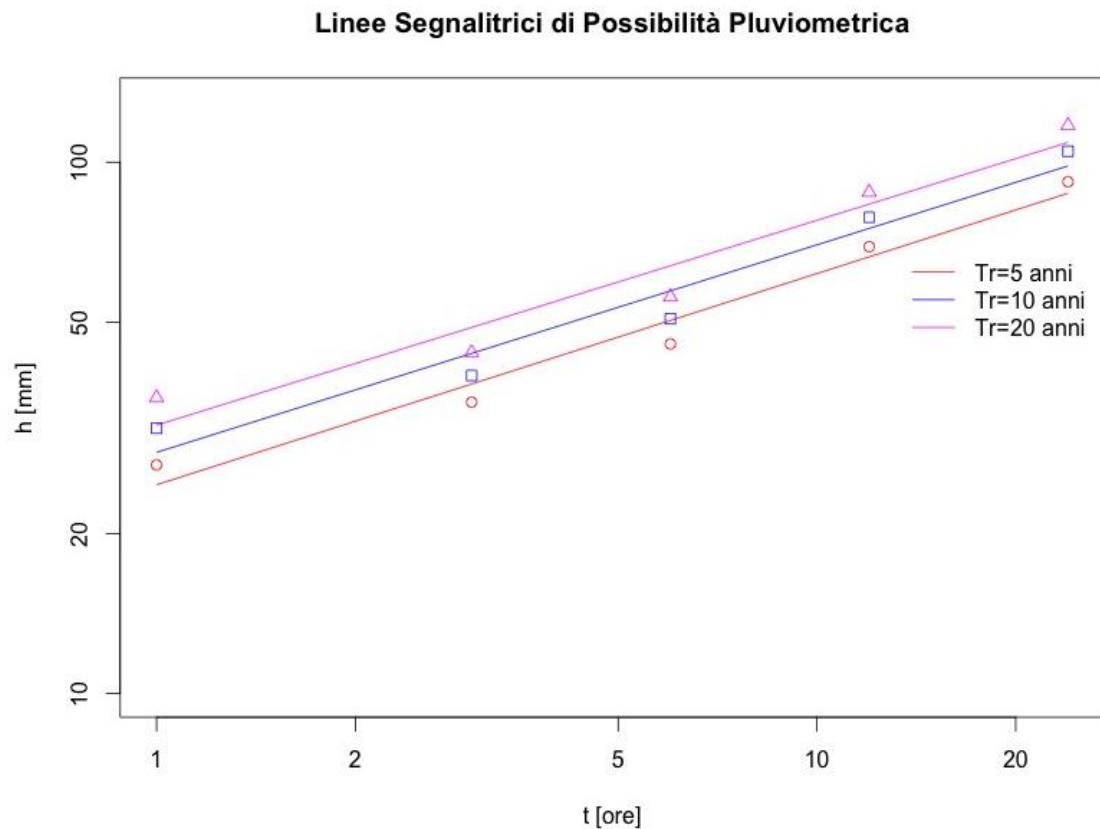
Curve di probabilità di Gumbel



Ricapitolando dopo il test di Pearson si ottengono i seguenti parametri delle curve di Gumbel:

	<u>1h</u>	<u>3h</u>	<u>6h</u>	<u>12h</u>	<u>24h</u>
a	17.660963	26.706007	35.010343	50.49392	66.05003
b	6.185206	5.765869	6.994601	12.56017	17.22874

Questi punti vengono successivamente interpolati in campo logaritmico per ottenere, attraverso interpolazione lineare coefficiente ed esponente delle curve di possibilità pluviometrica.



Piano bilogaritmico

La tabella seguente mostra i coefficienti a ed n delle curve di possibilità pluviometrica:

<u>Tempo di ritorno</u>	<u>a</u>	<u>n</u>
5 anni	24.71359	0.3974482
10 anni	28.43788	0.3905339
20 anni	31.99739	0.3854822

Scrosci

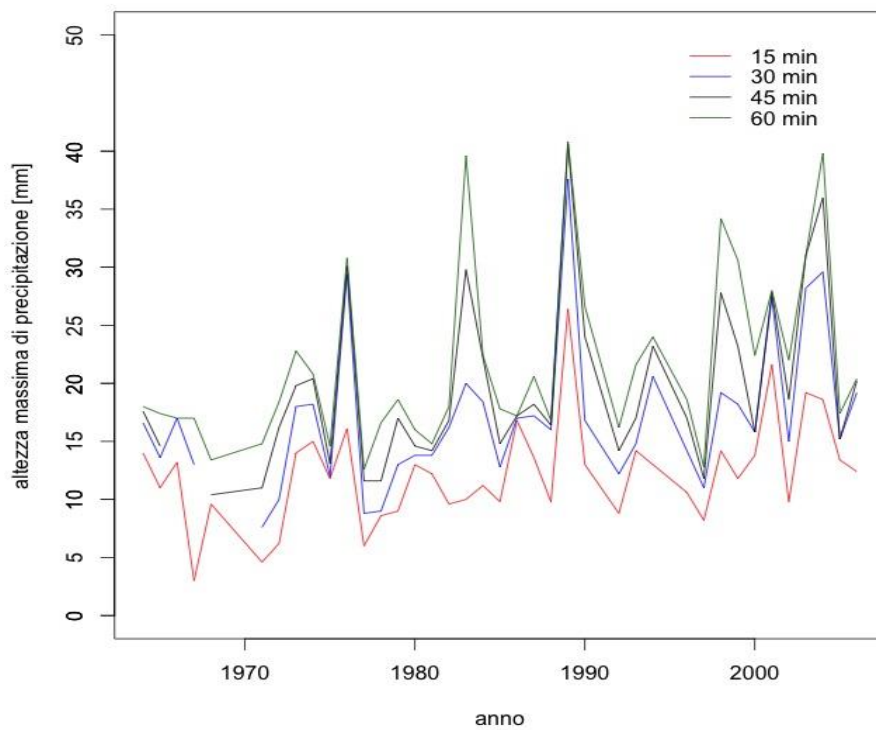
Nella tabella seguente sono riportati i valori relativi alle massime precipitazioni rilevate presso la stazione meteorologica di Pergine dal 1964 al 2006. Si prendono qui in considerazione solo i rilievi relativi a intervalli temporali inferiori a un'ora. Si sottolinea che la serie di anni di registrazione non è continua.

ANNO	15 min	30 min	45 min
1964	14.0	16.6	17.6
1965	11.0	13.6	14.6
1966	13.2	17.0	NA
1967	3.0	13.0	NA
1968	9.6	NA	10.4
1971	4.6	7.6	11.0
1972	6.2	10.0	16.2
1973	14.0	18.0	19.8
1974	15.0	18.2	20.4
1975	11.8	12.2	13.1
1976	16.1	29.4	30.1
1977	6.0	8.8	11.6
1978	8.6	9.0	11.6
1979	9.0	13.0	17.0
1980	13.0	13.8	14.6
1981	12.2	13.8	14.2
1982	9.6	16.2	16.8
1983	10.0	20.0	29.8
1984	11.2	18.4	22.2
1985	9.8	12.8	14.8
1986	16.8	17.0	17.2
1987	13.6	17.2	18.2
1988	9.8	16.0	16.4
1989	26.4	37.6	40.6
1990	13.0	16.8	24.0
1992	8.8	12.2	14.2
1993	14.2	14.8	17.0
1994	13.0	20.6	23.2
1996	10.6	14.2	17.0
1997	8.2	11.0	11.8
1998	14.2	19.2	27.8
1999	11.8	18.2	23.2
2000	13.8	15.8	15.8
2001	21.6	27.4	27.8
2002	9.8	15.0	18.6
2003	19.2	28.2	31.0
2004	18.6	29.6	36.0
2005	13.4	15.2	15.2
2006	12.4	19.2	20.2

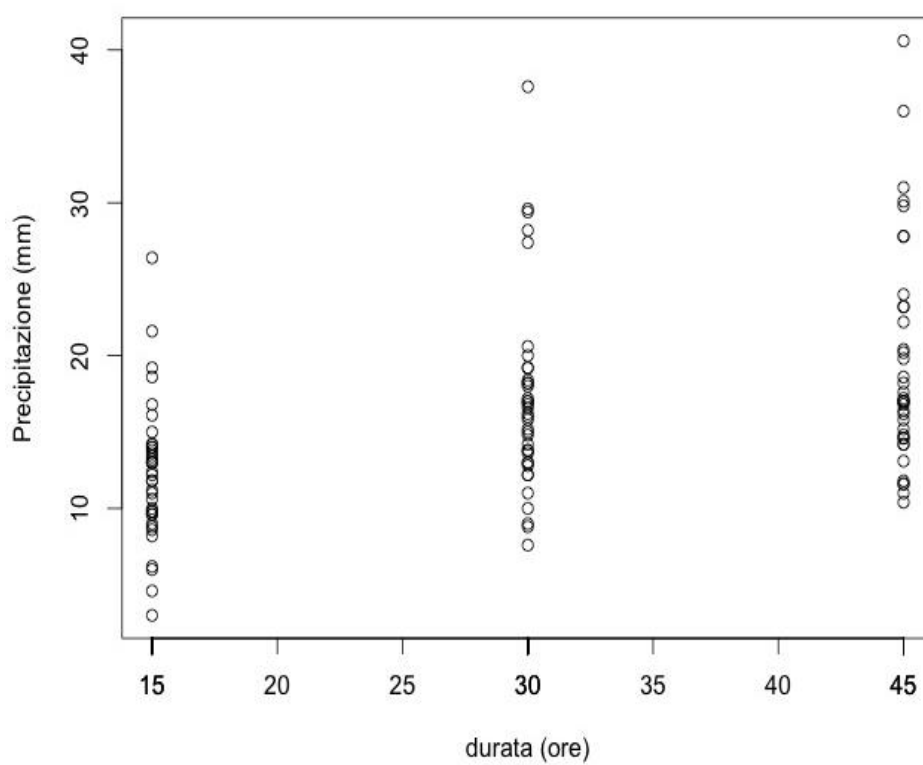
Analisi preliminari dei dati orari

Per ogni durata di precipitazione si ha una distribuzione di pioggia.

Scrosci a Pergine Valsugana dal 1964 al 2006

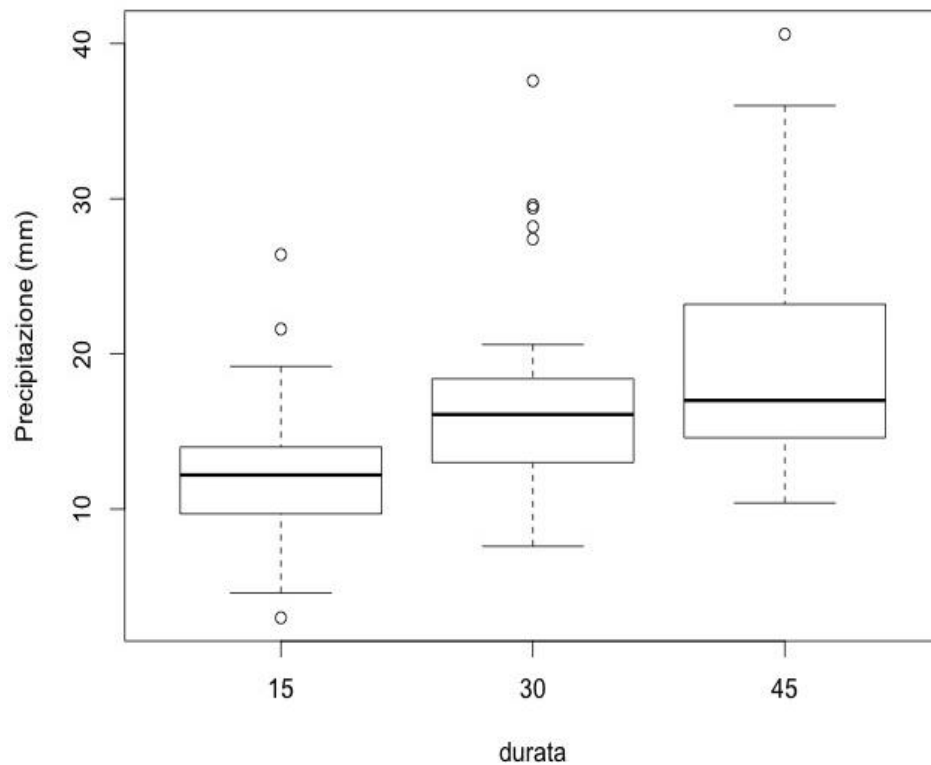


Precipitazioni Massime a Pergine Valsugana



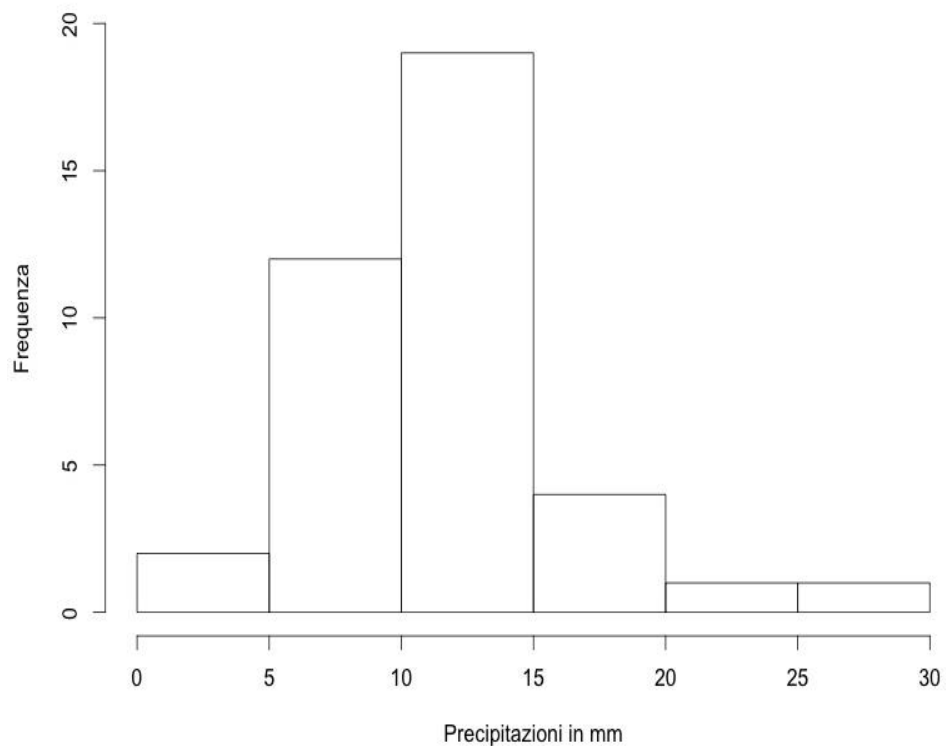
Box-plot e istogrammi

Scrosci massimi a Pergine Valsugana

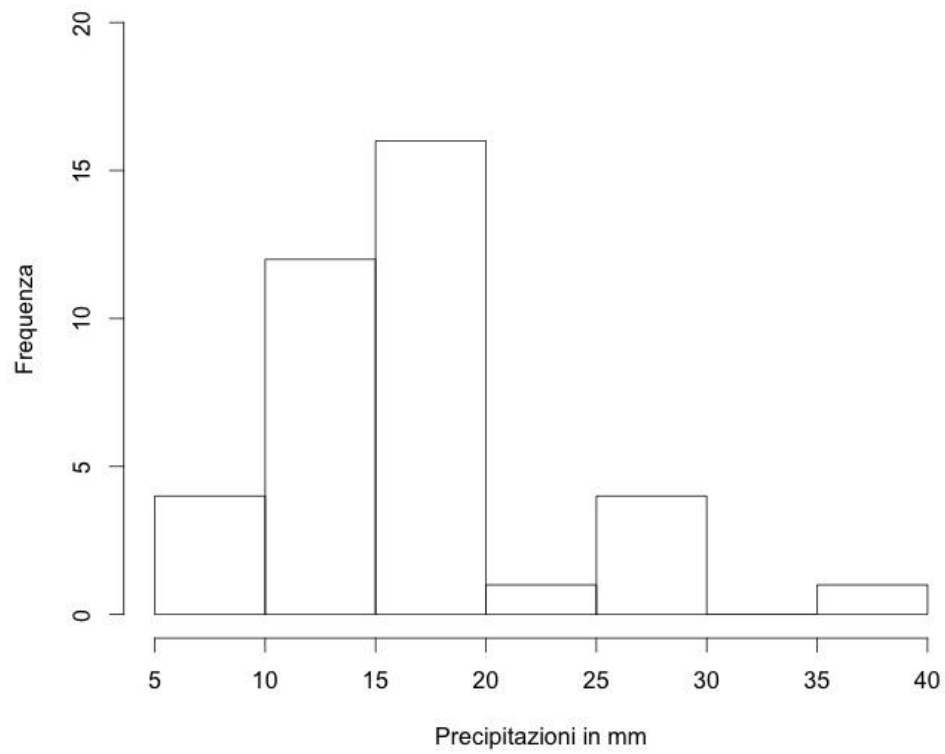


Di seguito si tracciano gli istogrammi per illustrare l'andamento qualitativo delle frequenze con le quali si presentano le altezze di precipitazione su intervalli di tempo omogenei.

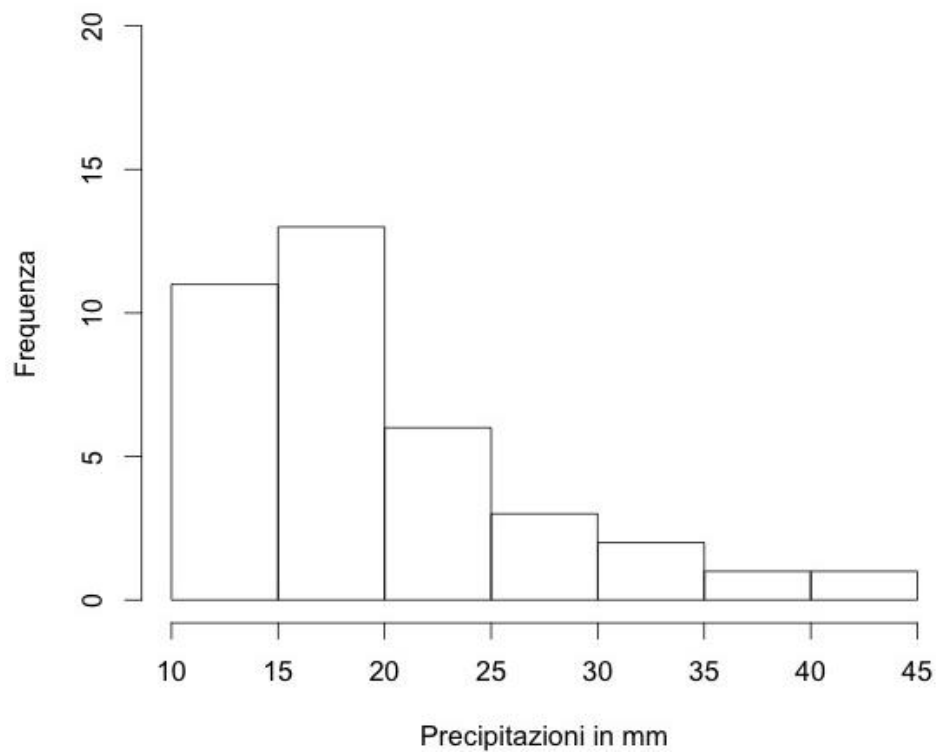
Scrosci massimi in 15 minuti a Pergine Valsugana



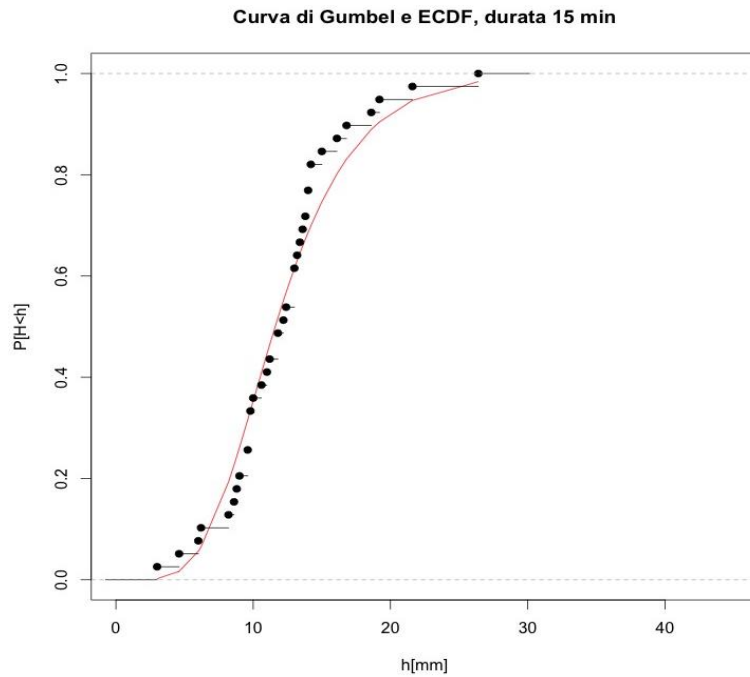
Scrosci massimi in 30 minuti a Pergine Valsugana



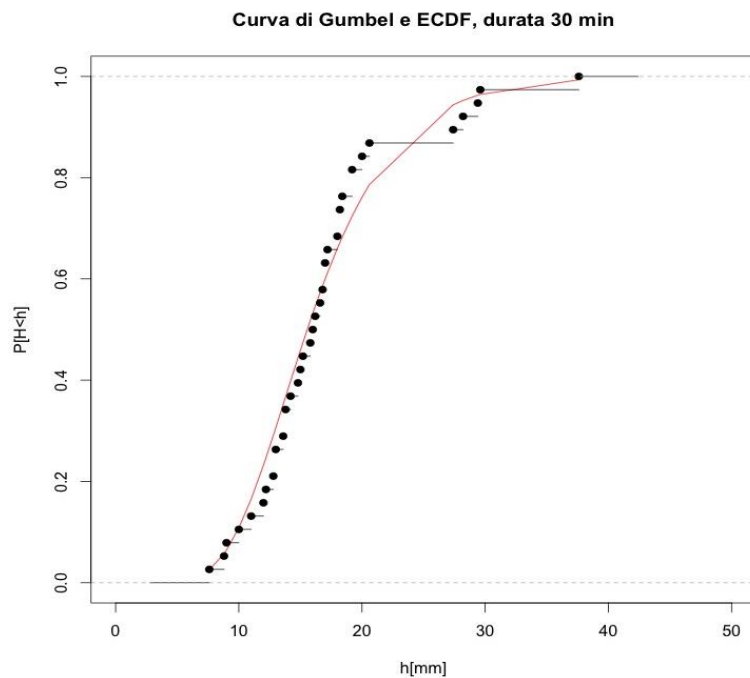
Scrosci massimi in 45 minuti a Pergine Valsugana



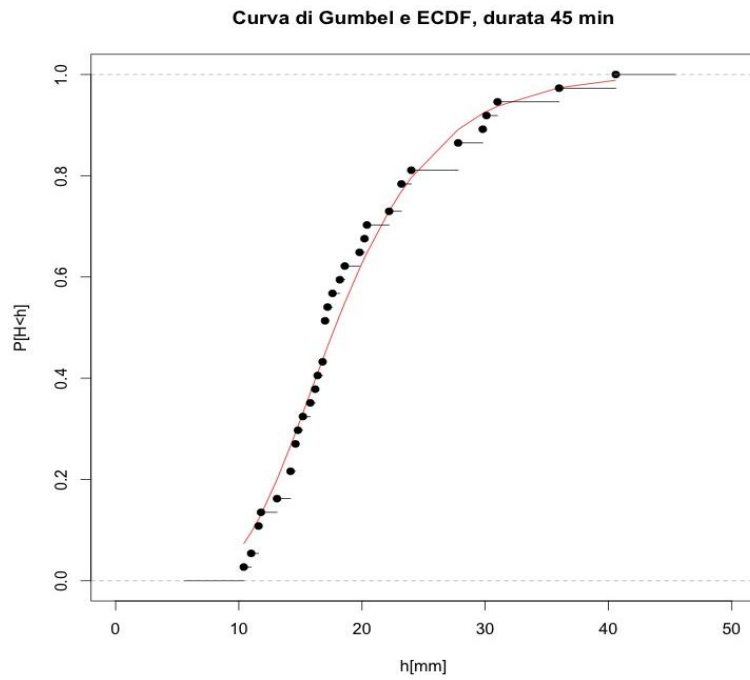
Grafici delle distribuzioni di probabilità di non superamento



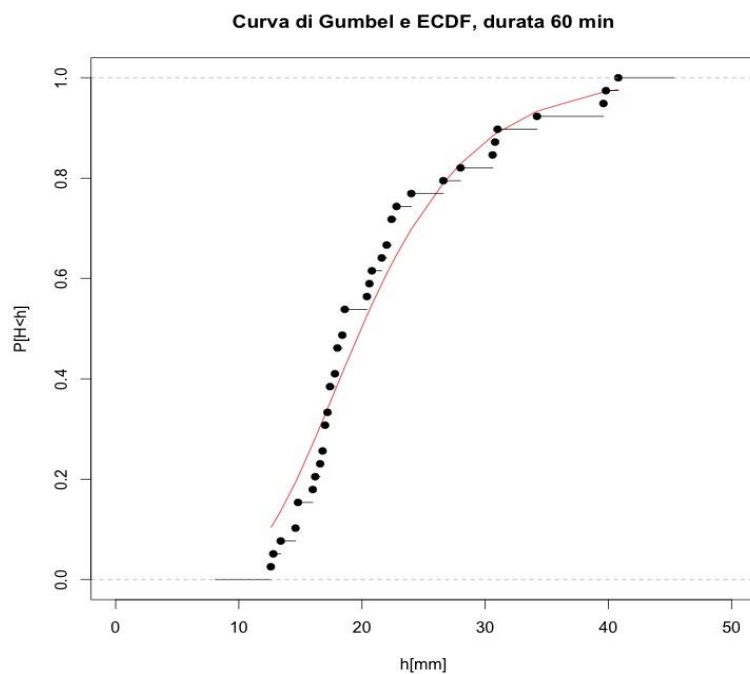
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	10.225822	9.924382	10.160727
b	3.477921	3.423763	3.935116
X²	3.948718	5.487179	3.948718



Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	14.178101	13.807451	14.317042
b	4.907046	4.766892	4.537884
X²	3.57847	3.052632	2.789474



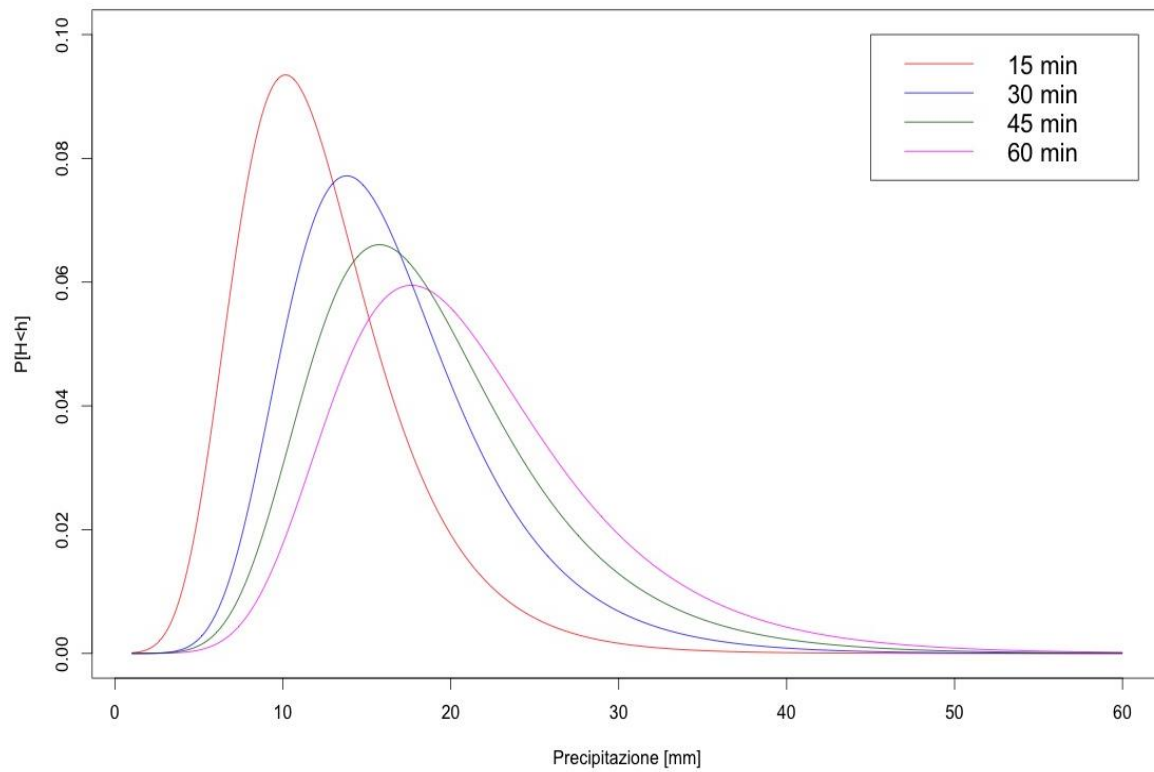
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	16.252582	15.755231	16.378347
b	5.602590	5.569999	5.0047580
X^2	1.2432432	0.7027027	1.5135135



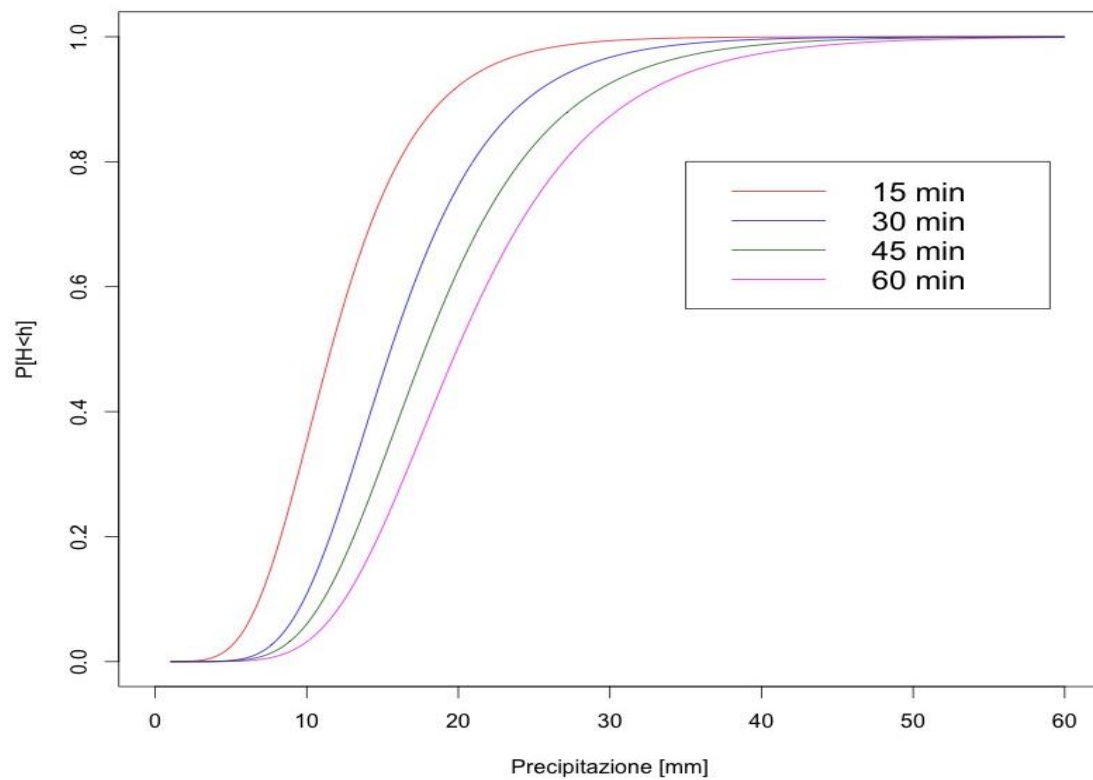
Parametri	Metodo dei momenti	Metodo dei minimi quadrati	Metodo massima verosimiglianza
a	18.210338	17.660963	18.396826
b	5.872433	6.185206	5.004117
X^2	9.076923	7.282051	8.051282

Scelti i parametri migliori grazie al test di Pearson applicato a ciascuna durata, si sovrappongono qui le distribuzioni degli eventi estremi in modo da ottenere i seguenti grafici:

Distribuzioni di probabilita' scrosci

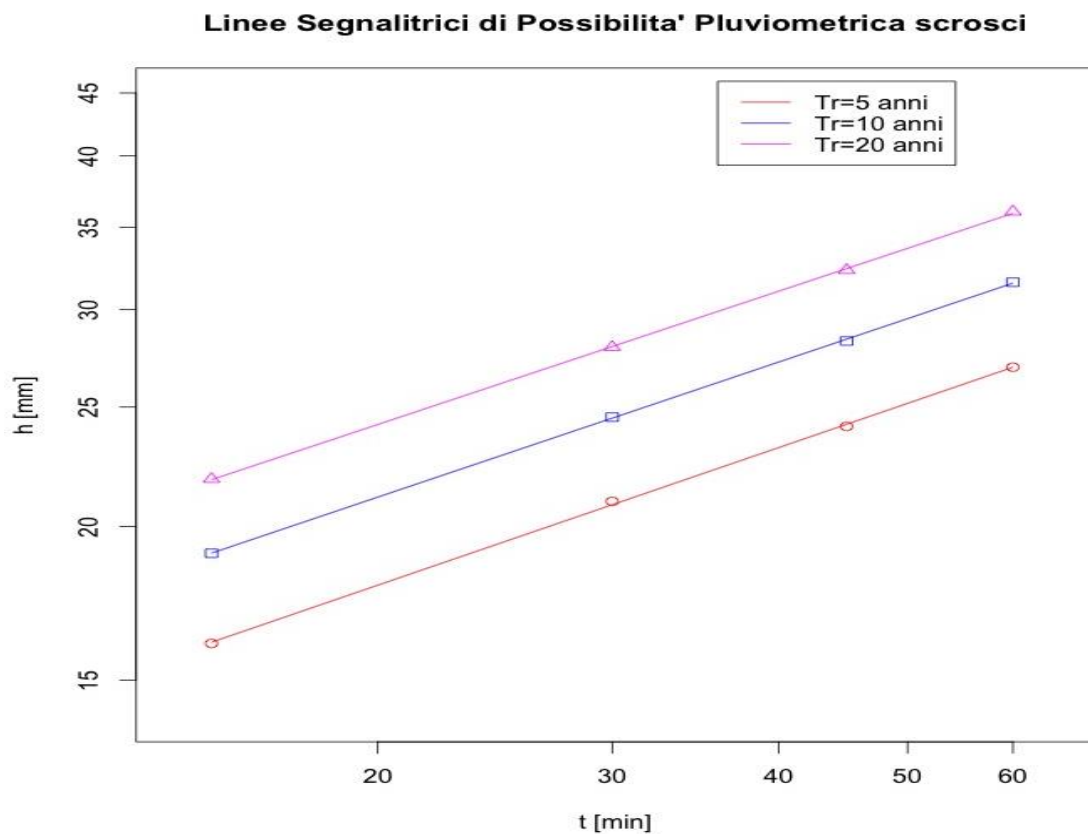


Curve di probabilita' di Gumbel scrosci



Ricapitolando dopo il test di Pearson si ottengono i seguenti parametri delle curve di Gumbel:

	15 min	30 min	45 min	60 min
a	10.225822	14.317042	15.755231	17.660963
b	3.477921	4.537884	5.569999	6.185206



La tabella seguente mostra i coefficienti a ed n delle curve di possibilità pluviometrica relative agli scrosci:

Tempo di ritorno	a	n
5 anni	5.296708	0.3993751
10 anni	6.122541	0.402580
20 anni	6.915237	0.404887