Title

Math Solutions Consulting

5. Solución:

$x^{3}−3x^{2}−4x+12$
$x^{3}−3x^{2}−4x+12=\left(x^{3}−3x^{2}\right)+(12−4x)$
$x^{2}(x−3)−4(x−3)$
$(x−3)\left(x^{2}−4\right)$
$(x−3)\left(x^{2}−2^{2}\right)$
$(x−2)(x+2)(x−3)$

6. Solución:

Las posibles raices racionales de $x^{4}−11x^{2}−18x−8$ son $x=\pm 1,x=\pm 2,x=\pm 4,x=\pm 8$ . De estas, $x=−1,x=−2$ y $x=4$ son raices. Por lo tanto, $x+1,x+2$ y $x−4$ son factores lineales del polinomio. Sin embargo, es un polinomio de grado cuatro y uno de los factores anteriores debe tener multiplicidad dos.
$\frac{(x+1)(x+2)(x−4)\left(x^{4}−11x^{2}−18x−8\right)}{(x+1)(x+2)(x−4)}$
$\frac{x^{3}+4x^{2}+5x+2}{(x+1)(x+2)}(x+1)(x+2)(x−4)$
$\frac{x^{2}+3x+2}{x+2}(x+1)(x+2)(x−4)$
$(x+1)(x+1)(x+2)(x−4)$
$(x−4)(x+1)^{1+1}(x+2)$
$(x−4)(x+1)^{2}(x+2)$

7. Solución:

Las posibles raices racionales de $x^{5}−x^{4}−7x^{3}−7x^{2}+22x+24$ son $x=\pm 1,x=\pm 2,x=\pm 3,x=\pm 4,x=\pm 6,x=\pm 8,x=\pm 12,x=\pm 24.$ De estas, $x=−1,x=2$ and $x=3$ son raices. Por lo tanto, $x+1,x−2$ y $x−3$ son todos factores lineales. Luego, se reeescribe la expresión para dividir:
$\frac{(x+1)(x−2)(x−3)\left(x^{5}−x^{4}−7x^{3}−7x^{2}+22x+24\right)}{(x+1)(x−2)(x−3)}$
$\frac{x^{4}+2x^{3}−x^{2}−10x−8}{(x−2)(x+1)}(x+1)(x−2)(x−3)$
$\frac{x^{3}+4x^{2}+7x+4}{x+1}(x+1)(x−2)(x−3)$
$(x+1)(x−2)(x−3)\left(x^{2}+3x+4\right)$

8. Solución:

Las posibles raices racionales de $6x^{5}+19x^{4}−59x^{3}−160x^{2}−4x+48$ son $x=\pm \frac{1}{6},x=\pm \frac{1}{3},x=\pm \frac{2}{3},x=\pm \frac{4}{3},x=\pm \frac{8}{3},x=\pm \frac{16}{3},x=\pm \frac{1}{2},x=\pm \frac{3}{2},x=\pm 1,x=\pm 2$ $x=\pm 3,x=\pm 4,x=\pm 6,x=\pm 8,x=\pm 12,x=\pm 16,x=\pm 24,x=\pm 48.$ De estas, $x=−\frac{2}{3},x=\frac{1}{2},x=−2,x=3$ y $x=−4$ son raices ya que su reemplazo en el polinomio da cero. Por lo tanto, $3x+2,2x−1,x+2,x−3$ y $x+4$ son todos factores lineales del polinomio y la solución es:
$(3x+2)(2x−1)(x+2)(x−3)(x+4)$

9. Solución:

Las posibles raices racionales de $3x^{6}−47x^{4}−21x^{2}+80$ son $x=\pm \frac{1}{3},x=\pm \frac{2}{3},x=\pm \frac{4}{3}$ $x=\pm \frac{5}{3},x=\pm \frac{8}{3},x=\pm \frac{10}{3},x=\pm \frac{16}{3},x=\pm \frac{20}{3},x=\pm \frac{40}{3},x=\pm \frac{80}{3},x=\pm 1,x=\pm 2,$ $x=\pm 4,x=\pm 5,x=\pm 8,x=\pm 10,x=\pm 16,x=\pm 20,x=\pm 40,x=\pm 80.$ De estas, $x=4$ y $x=−4$ son las únicas raices racionales ya que su reemplazo en el polinomio da cero. Por lo tanto $x−4$ y $x+4$ son los factores lineales, sin embargo, el polinomio es de grado seis y puede tener mas factores. A partir de esto, se divide el polinomio y sus cocientes por cada factor lineal:
$\frac{(x−4)(x+4)\left(3x^{6}−47x^{4}−21x^{2}+80\right)}{(x−4)(x+4)}$
$\frac{3x^{5}+12x^{4}+x^{3}+4x^{2}−5x−20}{x+4}(x−4)(x+4)$
$(x−4)(x+4)\left(3x^{4}+x^{2}−5\right)$

10. Solución:

Las posibles raices racionales de $x^{6}+6x^{5}+4x^{4}−42x^{3}−113x^{2}−108x−36$ son $x=\pm 1,x=\pm 2,x=\pm 3,x=\pm 4,x=\pm 6,x=\pm 9,x=\pm 12,x=\pm 18,x=\pm 36.$ De estas, $x=−1,x=−2,x=3$ y $x=−3$ son raices. Por lo tanto $x+1,x+2,x−3$ y $x+3$ son todos los factores lineales. Debemos encontrar los factores restantes. Reescribiendo el polinomio con base a los factores:
$\frac{(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)\left(x^{6}+6x^{5}+4x^{4}−42x^{3}−113x^{2}−108x−36\right)}{(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)}$
$\frac{x^{5}+9x^{4}+31x^{3}+51x^{2}+40x+12}{(x+1)(x+2)(x+3)}(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)$
$\frac{x^{4}+8x^{3}+23x^{2}+28x+12}{(x+2)(x+3)}(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)$
$\frac{x^{3}+6x^{2}+11x+6}{x+3}(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)$
$(x^{2}+3x+2)(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)$
$(x+2)(x+1)(x+1)(x+2)(x−3)(x+3)$
$(x−3)(x+1)^{1+1}(x+2)^{1+1}(x+3)$
$(x−3)(x+1)^{2}(x+2)^{2}(x+3)$