

Problemas sobre columnas

Gerardo Bautista-Valdez¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

13 de mayo de 2019

Resumen

En el siguiente documento investigaran algunas formulas para llevar así al procedimiento de poder realizar problemas de columnas.

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{P}{EI}v = 0$$

Encuentre la solución a esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores para las constantes de integración:

$$\begin{aligned} v \Big|_{x=0} &= 0 \\ v \Big|_{x=L} &= 0 \end{aligned}$$

Figura 1: Integración

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$$P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Calculamos los valores de las constantes C1 Y C2

$$v = 0 \quad x = 0$$

$$v = 0 \quad x = L$$

$$x = 0$$

$$v = 0$$

$$C_1 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}} \cos + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}} (0) = 0$$

$$\text{Para } v = 0 \quad I \quad x = L$$

$$v = (x = L) = C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}} L = 0$$

$$\sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L \right) = 0$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi$$

$$Pu = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

Solución

$$v = C_1 \operatorname{sen} Ax + G \cos Ax$$

$$v = \frac{dv}{dx} C_1 A \cos Ax - G A \operatorname{sen} Ax$$

$$v = \frac{d^2 v}{dx^2} = -C_1 A^2 \operatorname{sen} Ax - G A^2 \cos Ax + 6x^2 \cos X_x - C_1 x^2 \operatorname{sen} Ax - G x^2 \cos Ax +$$

$$\left(\frac{P}{EI}\right) (C_1 \operatorname{sen} Ax + G \cos Ax) = 0$$

$$-C_1 x^2 \operatorname{sen} Ax - G x^2 \cos Ax \cdot C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) \operatorname{sen} Ax G \left(\frac{P}{EI}\right) \cos Ax = 0$$

$$\frac{P}{EI} = A^2 \quad A = \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$v = C_1 \operatorname{sen} \sqrt{\frac{P}{EI}} x + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}} x$$

$$a(b+c) = ab+ac$$