Problemas sobre centroides

Esmeralda Contreras-Dgz[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

3 de abril de 2019

Resumen

En el presente documento se muestran las soluciones a problemas sobre centroides, en donde para ello se utilizará el centro de gravedad, centro de masa en el cuerpo, centroide de un volumen, centroide de un área o centroide de una línea, ello depende de lo que se pida en el problema.

Problema 1.

Localice el centro de la barra homogénea doblada en la forma de un arco circular.

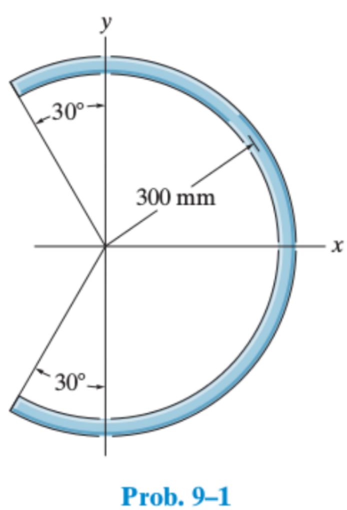


Figura 1: Barra doblada en un arco circular.

Solución.

Paso 1: Dado que se trata de una barra utilizaremos el centroide de una linea.

$\vec{x}=\frac{\int_L xdL}{\int_L dL}$; $\vec{y}=\frac{\int_L ydL}{\int_L dL}$

Paso 2: Para determinar la diferencial utilizaremos la siguiente expresión:

$\vec{x}=\frac{\int_L x\ dL}{\int_L dL}$; $\vec{y}=\frac{\int_L y\ dL}{\int_L dL}$

$x = R\cos\theta$

$y = R\sin\theta$

$dL = Rd\theta$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

$$x = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\cos\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} Rd\theta} = R^2\ \frac{\int_{-2\pi 3}^{\frac{2\pi}{3}}\cos d\theta}{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

$$= \frac{R\left[\sin\ \ \frac{\pi}{3} - \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right]}{\left[\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}\right]} = \frac{(0.3)(1.732)}{4.189}$$

$$= 0.124m$$

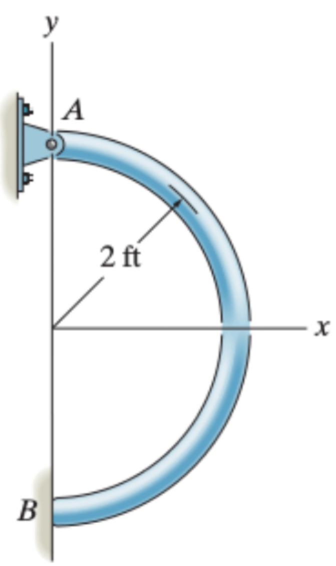
$$y = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\sin d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R\theta} = \frac{R^2\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}\sin d\theta}{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

$$= \frac{R\left[\cos\ \ \frac{\pi}{3}\right]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{[0]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}$$

$= \frac{R[0.5+(0.5)]}{\frac{4\pi}{3}} = 0$

Problema 2.

Localice el centro de gravedad x de la barra homogenea doblada en forma de arco semicircular. La barra tiene un peso por unidad de longitud de 0.5lb/ft. Además determine la reacción horizontal en el soporte liso B y los componentes x e y de reacción en el pin A.



Prob. 9–2

Figura 2: Barra doblada en arco semicircular.

Paso 1: Se utilizará el centro de gravedad pero debido a que se trata de una barra semicircular se usará el centroide de una línea.

$x = \frac{\int xdW}{\int dW}$

$x = \frac{\int_L xdL}{\int_L dL}$

Pso 2: Para determinar el diferencial utilizamos:

$\vec{x} = \frac{\int_L xdL}{\int_L dL}; \ \vec{y} = \frac{\int_L ydL}{\int_L dL}$

$p = \frac{W}{L} = 0.5 \ \frac{lb}{ft}$

$W = pL \quad dW = pdL$

$x = R\cos\theta$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

$x = \frac{\int xdW}{\int dW} = \frac{\int xpdL}{\int pdL} = \frac{R^2 \int \cos\theta d\theta}{R\int d\theta}$

$= \frac{R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta}{\left[\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right]} = \frac{R\left[\sin\ \frac{\pi}{2} - \sin\ \frac{\pi}{2}\right]}{\pi} = \frac{2R}{\pi} = \frac{4}{\pi}ft$

$\Sigma\vec{T} = \vec{0} \qquad W = pL = \left(0.5\ \frac{lb}{ft}\right)(\pi 2) = \pi lb$

$\Sigma\vec{M} = \vec{0}$

$\Sigma Fx = 0$

$Bx - Ax = 0 \qquad rx = \frac{4}{\pi}$

$Bx = Ax \qquad y = 2\pi$

$Ay - N = 0 \qquad Fx = 0$

$Ay = \pi \qquad Fy = W = \pi lb$

$\Sigma M = 0$

$\left(\frac{4}{\pi}ft\right)(-\pi lb) - (4ft)\,Bx = 0$

$-4ftlb + 4ftBx = 0$

$4ftBx = 4ftlb$

$Bx = 1lb$