Problemas sobre columnas

Elizabeth Gomez[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

14 de junio de 2019

La fórmula para la carga crítica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elásticaa:

$v = C_1 Sen(\sqrt{\frac{P}{EI}\ x}) + C_2 Cos(\sqrt{\frac{P}{EI}\ x})$

$\frac{dv^2}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) v = 0$

$\frac{du}{dx} = C_1 \sqrt{\frac{P}{EI}} Cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\ \ \right) - C_2 \sqrt{\frac{P}{EI}} Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\ \ \right)$

$\frac{d\ ^2u}{dx^2} = -C_1 \sqrt{\frac{P}{EI}} Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\ \ \right) - C_2 \sqrt{\frac{P}{EI}} Cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\ \ \right)$

$= \left(\frac{P}{EI}\right) \left[C_1 Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right) + C_2 Cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} x\right)\right]$

$= \left(\frac{P}{EI} v\right) v\,(x = L) = C_1 Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 0$

Después sustituimos en 2 partes

$-\frac{P}{EI} v + \frac{P}{EI} v = 0$

Parte 2 del problema.

Para obtener los valores para las constantes de integración:

$x = 0 => v = 0$

$x = L => u = 0$

$v\,(x = 0) = C_1 Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI} 0}\right) + C_2 Cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI} 0}\right)$

$= 0 + C_2 = 0 => C_2 = 0$

$v\,(x = L) = C_1 Sen\left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 0$

$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi$

Por ultimo explicar como obtener el siguiente resultado:

$\frac{P}{EI} L^2 = n^2\pi^2$

Como L^2 esta multiplicando pasa dividiendo:

$\frac{P}{EI} = \frac{n^2\pi^2}{L^2}$

Para quitar la raíz cuadrada elevamos los dos lados al cuadrado y por ultimo como EI esta dividendo pasa multiplicando dando como resultado la siguiente ecuación:

$P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2}$