Informe de solución de problemas de la Competencia 4

Margarita Hernández Estrada[1]

[1]Instituto Tecnologico Superior Zacatecas Occidente

May 5, 2020

Problema 1

La viga rígida AB descansa sobre dos postes cortos como se muestra en la figura. Ambos postes están hechos de acero ($Eac = 200\ GPa$) y tienen un diámetro de 20 mm. Determine el desplazamiento del punto F en AB si se aplica una carga de 110 KN sobre ese punto.

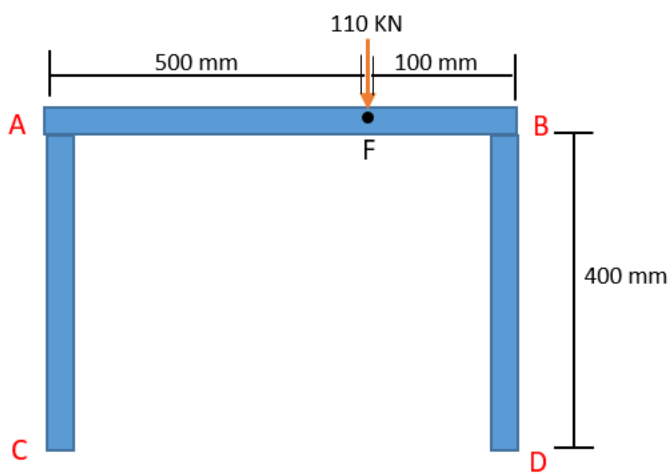

Figure 1: Diagrama principal

Para encontrar las cargas para cada poste utilizamos dos ecuaciones:

Ecuación de equilibrio

$\sum F = 0$

$\sum FAC + FBD = 110\ KN$

Ecuación del Momento

$\sum MA = 0$

$-(110\ KN)(0.5\ m) + \ FBD(0.6\ m) = 0$

De la ecuación (2) despejamos FBD

$FBD = \frac{(110\ KN)(0.5\ m)}{(0.6\ m)} = \ 91.66\ KN$

Ahora sustituimos FBD en la ecuación 1

$FAC = 110\ KN - 91.66\ KN = 18.34\ KN$

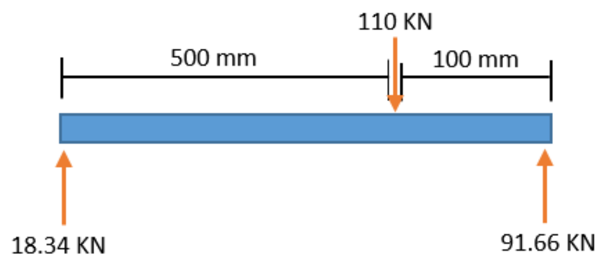

Figure 2: Ahora queda así con sus respectivas cargas de cada poste.

Como ya tenemos todos los vales necesarios sustituimos en la formula.

$\delta ac = \frac{PL}{AE} = \left(-18.34 \times 10^3 N\right)(0.4\ m) \div \left(\pi\,(0.01m)^2\right)\left(200 \times 10^9 Pa\right) = -1.16 \times 10^{-4} \approx -0.116\ mm$

$\delta bd = \left(-91.66 \times 10^3\ N\right)(0.4\ m) \div \left(\pi\,(0.01m)^2\right)\left(200 \times 10^9 Pa\right) = -5.83 \times 10^{-4} \approx -0.583\ mm$

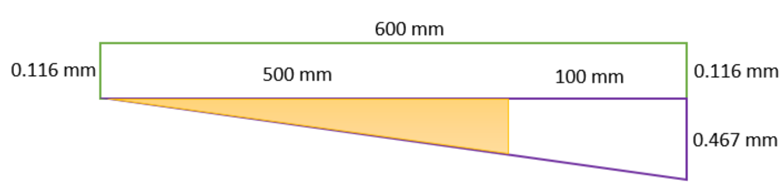

Figure 3: Ahora con este rectangulo y triangulo sacamos la tangente y el valor de δ

$Tan\theta = \frac{0.467mm}{600\ mm} = \frac{\delta x}{500\ mm}$

$\delta x = \frac{(0.467\ mm)(500\ mm)}{600\ mm} = 0.389\ mm$

$\delta x = 0.116\ mm + 0.389\ mm = 0.505\ mm$

Problema 2

La viga mostrada en la figura soporta una carga de 60 KN. Determine el desplazamiento en B. Considere $E = 60\ GPa$ y $ABC = 2 \times 10^{-3}\ m^2$.

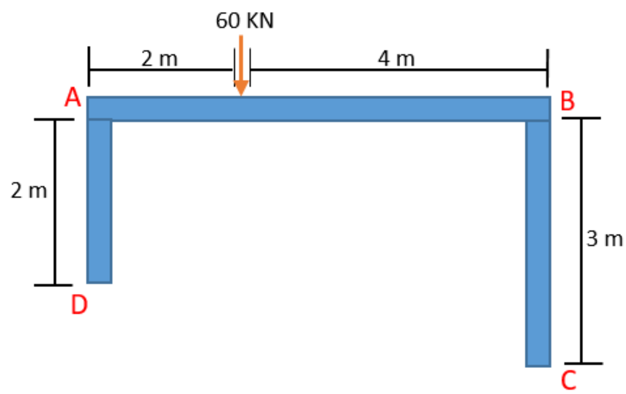

Figure 4: Problema 2

Para este problema también necesitaremos 2 ecuaciones: La de equilibrio y del momento.

$\sum F = 0$

$PAD + PBC = 60\ KN$

$\sum MA = 0$

$-(60\ KN)(2\ m) + PBC\,(6\ m) = 0$

Despejamos PBC de la ecuación 2

$PBC = \frac{(60\ KN)(2\ m)}{6\ m} = 20\ KN$

Ahora si sustituimos en la formula

$\delta B = \frac{PL}{AE} = \frac{(20x10^3\ N)(3\ m)}{(2x10^{-3}m^2)(60x10^9 Pa)} = 5 \times 10^{-4} \approx 0.5\ mm$

Problema 3

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1757 por Leonard Euler. El análisis de Euler se bajo en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{P}{EI} = 0$

La ecuación anterior es una ecuación diferencial lineal homogénea con constantes coeficientes. La solución, que se puede verificar por sustitución directa es:

$v = C1\ \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}x}\right) + C2\ \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}x}\right)$

Las constantes de C1 y C2 estan determinadas por las restricciones. Impuesto por los soportes:

1. vIx= 0 = 0, cuyo rendimientos C2=0

2. vIx= L = 0, resultado en:

$0 = C1 \sin\sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$

La ecuacion anterior puede satisfacerse con C1=0, pero esta solucion no es valida. Interesante porque representa el caso trivial $P = v\ = 0$. Otras soluciones son $\sqrt{\frac{PL^2}{EI} =\ 0,}\pi,\ 2\pi,\ 3\pi$... o bien:

$P = n^2\ \frac{\pi^2 EI}{L^2}\ \ (n = 1, 2, 3, 4..)$