

RANGKAIAN LISTRIK DAN METODE ELEMEN HINGGA

Agah D. Garnadi¹, amanatulhay.pribadi¹, and Amatulhay Pribadi¹

¹Affiliation not available

July 1, 2019

A. Pribadi¹, A.D. Garnadi², A. Pribadi³

¹Teknik Elektro, Institut Teknologi Bandung

²Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor

³Departemen Teknik Sipil, Institut Teknologi Nasional

ABSTRAK

Sebuah phantom yang tersusun dari rangkaian resistor menunjukkan bahwa perangkat dapat dijadikan sebagai alat uji dari sistem EIT untuk tujuan kalibrasi, validasi, maupun perbandingan. Phantom dibuat menggunakan hingga banyak resistor pada keping PCB mewakili benda berbentuk cakram. Rekonstruksi yang dihasilkan dari phantom resistif ini menunjukkan kemampuan mereproduksi nilai konduktifitas dan bangun dari phantom. Hasil ini memotivasi untuk diusulkannya sebuah sistem pengukuran EIT yang menggunakan pelat konduktif yang dapat direpresentasikan sebagai sebuah rangkaian resistif dengan benda yang akan diukur menjadi inklusi di dalam pelat konduktif annular tersebut. Dengan memanfaatkan data dari simulator pengukuran, kami rekonstruksi object permasalahan dengan latar belakang pelat konduktif sebagai sifat bahan rujukan.

Kata Kunci: EIT, Material Reference, Domain, BDS, Non Destruktif, EIDORS

PENDAHULUAN

Pencitraan jaringan dalam buah yang tidak *invasive* dibutuhkan untuk menghindari resiko pembelahan/pengupasan buah. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah *electrical impedance tomography* (EIT) yang mencitrakan distribusi impedansi sebuah benda. EIT bekerja dengan mengukur tegangan pada *boundary* lalu menggunakannya untuk merekonstruksi citra impedansi. Salah satu persoalan dalam rekonstruksi citra adalah tidak adanya referensi material untuk dibandingkan, atau mencari nilai awal yang tepat sehingga diperoleh citra rekonstruksi yang memadai.

Untuk mengkaji kinerja algoritma inversi EIT, salah satu aspek yang dikembangkan adalah benda uji (*phantom*) yang merepresentasikan objek yang diinginkan. Salah satu phantom yang diusulkan adalah phantom pelat yang disusun dari rangkaian resistive sehingga mirip dengan object yang bagian-bagian tertentu memiliki sifat material tertentu dapat digunakan untuk nilai awal, sehingga diperoleh citra rekonstruksi yang dihasilkan cukup dipercaya. Karena itu, diusulkan rangkaian resistive yang dimodelkan sebagai lapisan rujukan seakan memiliki nilai konduktifitas tertentu.

METODE PENELITIAN

Model continuum, diskretisasi metode *finite element*, dan Rangkaian Listrik [Gagnon et al., Murai & Kagawa]

Model *Electrical Resistance Tomography* (ERT) sebagai model resistor diskrit dengan menggunakan metode

FE (*finite element*). Persamaan yang mengatur medan arus pada sensor ERT secara umum adalah persamaan Poisson:

$$\nabla\sigma\nabla\phi = 0 \tag{1}$$

dengan, $\sigma(\xi,\psi)$ adalah konduktivitas dua dimensi dan menyatakan distribusip otensial elektrik.

Kondisi batas diberikan sebagai berikut (1b-1d):

(1b)

(1c)

(1d)

dengan, Γ_1 dan Γ_2 , adalah domain-domain elektroda untuk injeksi arus, Γ_l adalah domain-domain elektroda untuk pengukuran tegangan, merepresentasikan domain-domain lain pada batas eksternal sensor, dan z menyatakan impedansi pada elektroda. Persamaan (1c) menyatakan adanya efek impedansi kontak elektroda sebagai mana ditunjukkan oleh Hua dkk[7]

Finite element model yang sesuai dengan persamaan (1) adalah:

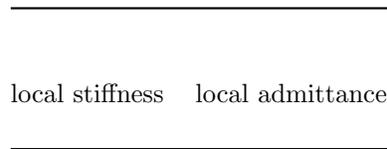
(2)

dengan K^0 adalah matriks koefisien, ϕ adalah potensia lelektrik pada seluruh node dan B meliputi kondisi batas.

Entri untuk K^0 dapat dinyatakan sebagai:

(3)

dengan adalah konduktansi antara node i dan node j untuk element e , yang mana merupakan fungsi dari konduktivitas elemen dan geometri elemen dan E^0 adalah set elemen.



Gambar1. (a) Elemen segi tiga pada FEM; (b) rangkaian resistor resistoruntukelemenpada (a)

Untuk elemen-elemen triangular, dengan menganalis entri pada (3), dapat disimpulkan bahwa resistor *network* yang ekuivalen untuk elemen adalah dengan tiga resistor seperti yang ditunjukkan Gambar 2. Nilai resistor dapat diturunkan dari persamaan (3).

Guardo memberikan resep bagaimana mengkonstruksi phantom pelat resistor, yang direplikasi oleh Kiki (?) dan Faisal dkk (?).

1. Virtual Resistive Phantom

Gambar2. Segitiga resistive building block

Gambar 3 mengilustrasikan segitiga *building block* sebagai elemen dasar pembangun poligon resistor. *Building block* resistor disusun oleh tiga resistor yaitu R_a , R_b dan R_c . Untuk mendapatkan rangkaian polygon diperlukan proses *assembly* beberapa *building block* . Dirangkai resistor elemen segitiga yang bersisian secara parallel untuk membentuk resistor polygon seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 4 di bawah ini. Gambar kiri memperlihatkan dua segitiga *building block* dengan terdapat dua resistor yang bersisian. Keduanya dapat diparalelkan menjadi satu resistor ekuivalen seperti gambar kanan.

Gambar3. Proses assembly dua building blok memanfaatkan aturan penjumlahan dua resistor paralel

Proses assembly building block satu demi satumelalui proses di atas dilakukan sehingga akan diperoleh bangun resistor sebagai phantom, seperti ditunjukkan gambar di bawah ini. Perhatikan bahwa proses penjumlahan paralel hanya berlaku untuk dua building block yang bersisian, sementara resistor tepi bukan merupakan resistor ekuivalen yang dihasilkan dari penjumlahan paralel dua resistor yang berasal dari building block pembangun.



Gambar4. Kiri:Rangkaian resistor phantom sebagai model penampang melintang object. Tengah, pelat continuum-diskret, dengan konduktifitas yang diketahui. Kanan, representasi resistor dari pelat konduktif dengan objek. Dengan asumsi bahwa dinding pelat-konduktif dapat lekat sempurna dengan objek.

Skematik rangkaian resistor di atas merupakan representasi penampang melintang buah manggis. Adapun spesifikasi yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Jumlah resistor = 84 buah
- Jumlah elektroda titik = 16 buah
- Pola injeksi arus = *adjacent / neighbouring*
- Elektroda di posisikan pada noda tepi, sebagai tempat injeksi arus sekaligus pengukuran tegangan
- Output: Data beda potensial masing-masing pasang elektroda

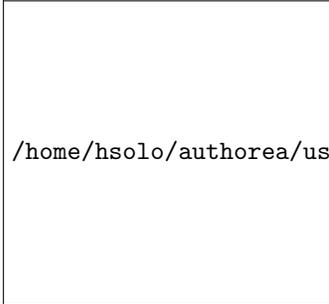
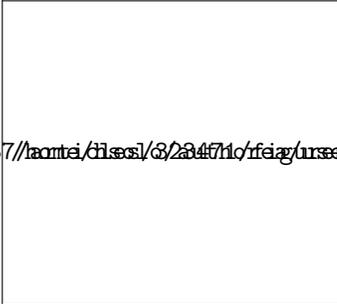
1. A Resistive-Phantom BDS (*Boundary Data Simulator*)

Ilustrasi rangkaian resistor yang ditunjukkan pada Gambar4, diimplementasikan menggunakan WinSpice1.05.07, yaitu sebuah perangkat lunak untuk mendesain rangkaian listrik dan melakukan simulasi rangkaian dengan elemen rangkaian dapat disusun dengan *script* .

Gambar5. WinSpice v1.05.07

Winspice-based BDS ini disusun dengan *script* dengan 3 bagian utama yaitu rangkaian resistor sebagai virtual phantom (terdiri dari kombinasi resistor 1904 Ohm, 3076 Ohm, dan 13,333 kOhm),sumber arus dengan sepasang node sebagai posisi injeksi arus (arus AC 1 mA 50 kHz), dan pengukuran tegangan pada elektroda tepi.

Tabel1. Resistive Virtual Phantom

Simulator Virtual Phantom	Simulator Virtual Phantom	HasilRekonstruksi EIDORS
Non-homogen 1		

Data *boundary* yang dikumpulkan dapat digunakan untuk rekonstruksi citra dengan EIDORS (*Electrical*

Impedance and Diffuse Optical Tomography Reconstruction Software). Rekonstruksi dilakukan dengan metode *difference* yaitu perbedaan data homogenya dengan data yang diukur (non homogen).

Terlihat pula pada hasil simulasi non homogen kedua bahwa region citra yang merepresentasikan daging terlihat kontras dengan warna biru, sedangkan biji walaupun luasnya kecil namun terbedakan sebagai corak merah. Sedangkan untuk hasil simulasi non homogen pertama, luas biji dan daging tidak dapat terlihat seperti non homogen kedua.

Winspice-based BDS ini disusun dengan script dengan 3 bagian utama yaitu rangkaian resistor sebagai virtual phantom (terdiri dari kombinasi resistor 1904 Ω , 3076 Ω , dan 13,333 k Ω), sumber arus dengan sepasang node sebagai posisi injeksi arus (arus AC 1 mA 50 kHz), dan pengukuran tegangan pada elektroda titik.

[*] EIDORS Image Reconstruction

- Berlandaskan Metode Newton, yaitu Linearisasi: $s(k+1) = s(k) + F'[s(k)] ds$

- NOSER [Newton One Step Reconstruction] : $s = s(0) + F'[s(0)] ds$

Konduktivitas background yang digunakan : $s(0) = \sigma_0 = 2.5465e-04$

DAFTAR PUSTAKA

1. A. R. Daniels, R. G. Green, dan I. Basarab-Horwath, *Modelling of three-dimensional resistive discontinuities using HSPICE* , Measurement Science and Technology 7.3 338 (1996)
2. H. Gagnon, M. Cousineau, A. Adler, dan A. E. Hartinger, *A resistive mesh phantom for assessing the performance of EIT systems* , Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, 57(9), 2257-2266 (2010)
3. G. Hahn, A. Just, J. Dittmar, dan G. Hellige, *Systematic errors of EIT systems determined by easily-scalable resistive phantoms* , Physiological measurement 29, no. 6: S163 (2008)
4. M.A. Hussain, B. Noble, dan B. Becker, *Computer Simulation of an Inverse Problem for Electric Current Computed Tomography using a Uniform Triangular Discretization* , Engineering in Medicine and Biology Society, Images of the Twenty-First Century, Proceedings of the Annual International Conference of the IEEE Engineering in IEEE (1989)
5. Péter Krammer, Andreas D. Waldmann, Michel Zogg, Péter L. Róka1, Josef X. Brunner, dan Stephan H. Bohm, *Electrical impedance tomography simulator* , Proceedings EIT2015, p40 (2015)
6. P. Hua, E. J. Woo, J. G. Webster, dan W. J. Tompkins, *Finite element modeling of electrode-skin contact impedance in electrical impedance tomography* , IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 40(4), 335-343 (1993)
7. M. H. Padmanaba, F. Ardhy, I. Hariadi, H. Zakaria. *Development of Laboratory-Scale Electrical Impedance Tomography Imaging System* , 2015 4th International Conference on Instrumentation, Communications, Information Technology, and Biomedical Engineering (ICICI-BME) (2015)
8. Gagnon et al.,
9. Murai & Kagawa

LAMPIRAN

1. Nilai resistor birukotak = 26666
Nilai resistor hijau = 3477.093
2. Gambar referensi TA Faisal dkk

Terjemahan Gagnon

A. Metode matriks untuk memecahkan rangkaian listrik

Metode matriks untuk memecahkan rangkaian listrik akan diilustrasikan menggunakan *mesh* rangkaian sampel yang ditunjukkan pada Gambar 2. *Mesh* rangkaian ini tersusun dari 5 node dan 7 elemen admitansi di mana V_i melambangkan tegangan yang terukur pada node ke- i , I_i melambangkan arus ke luar pada node ke- i , dan G_{ij} merupakan nilai admitansi yang menghubungkan node ke- i dengan node ke- j . Dengan menerapkan hukum arus Kirchoff pada setiap node rangkaian, kita peroleh persamaan berikut:

$$I_1 = G_{12}(V_2 - V_1) + G_{13}(V_3 - V_1) \quad (1)$$

$$I_2 = G_{12}(V_1 - V_2) + G_{23}(V_3 - V_2) + G_{24}(V_4 - V_2) \quad (2)$$

$$I_3 = G_{13}(V_1 - V_3) + G_{23}(V_2 - V_3) + G_{34}(V_4 - V_3) + G_{35}(V_5 - V_3) \quad (3)$$

$$I_4 = G_{24}(V_2 - V_4) + G_{34}(V_3 - V_4) + G_{45}(V_5 - V_4) \quad (4)$$

$$I_5 = G_{35}(V_3 - V_5) + G_{45}(V_4 - V_5) \quad (5)$$

Dengan mengubah persamaan-persamaan tersebut ke dalam bentuk matriks, kita peroleh

$$\mathbf{YV} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{Y} =$$

$$(6) \quad \begin{bmatrix} -(G_{12} + G_{13}) & G_{12} & G_{13} & 0 & 0 \\ G_{12} & -(G_{12} + G_{23} + G_{24}) & G_{23} & G_{24} & 0 \\ G_{13} & G_{23} & -(G_{13} + G_{23} + G_{34} + G_{35}) & G_{34} & G_{35} \\ 0 & G_{24} & G_{34} & -(G_{24} + G_{34} + G_{45}) & G_{45} \\ 0 & 0 & G_{35} & G_{45} & -(G_{35} + G_{45}) \end{bmatrix}$$

dan

$$\mathbf{V} =$$

$$[V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{I} =$$

$$[I_1 \ I_2 \ I_3 \ I_4 \ I_5]^T \quad (8)$$

di mana \mathbf{A}^T melambangkan transpos dari matriks \mathbf{A} .

Dari contoh sederhana ini, sebuah metode umum dapat disimpulkan untuk memperoleh secara langsung matriks admitansi \mathbf{Y} dari Gambar 2. Elemen *off-diagonal* y_{ij} dan y_{ji} sama dengan G_{ij} sedangkan elemen diagonal y_{ii} sama dengan minus jumlah semua elemen admitansi yang terhubung ke node ke- i .

Gambar 2. *Mesh* rangkaian sampel yang tersusun dari 5 node dan 7 elemen admitansi di mana V_i melambangkan tegangan yang terukur pada node ke- i , I_i melambangkan arus yang keluar dari node ke- i , dan G_{ij} adalah nilai admitansi yang menghubungkan node ke- i dengan node ke- j .

B Perumusan FEM

Pada medium konduktif kontinyu, seperti yang biasa digunakan di EIT pada frekuensi rendah, persamaan Maxwell dapat disederhanakan menjadi persamaan berikut:

$$\nabla \bullet (\sigma \nabla V) = 0 \quad (9)$$

di mana σ melambangkan konduktivitas listrik dan V melambangkan potensial listrik. Persamaan ini harus dipecahkan di seluruh medium kontinu. Di batas Γ , kondisi batas berikut berlaku:

$$J_n = \sigma \nabla V \bullet n \quad (10)$$

di mana n melambangkan sebuah unit vektor normal terhadap batas Γ dan J_n melambangkan rapat arus normal. Karena dua persamaan sebelumnya tidak dapat dipecahkan secara analitis untuk sebuah medium dengan sembarang bentuk dan distribusi konduktivitas, FEM akan digunakan. FEM terdiri dari pembagian medium kontinu menjadi sebuah *mesh* dengan elemen-elemen segitiga di dalamnya di mana konduktivitasnya diasumsikan konstan dan potensial listriknya bervariasi secara linear. Dengan menerapkan FEM dengan interpolasi linear pada segitiga, persamaan sistem elementer dapat diperoleh:

$$Y_e V_e = I_e \Leftrightarrow$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$y_{ij} = \oint_{\Omega_e} \sigma_e \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) d\Omega_e \quad (2)$$

$$i_j = \oint_{\Gamma_e} f_j J_n d\Gamma_e \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} f_1(x, y) & f_2(x, y) & f_3(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (14)$$

di mana (x_i, y_i) melambangkan koordinat verteks segitiga ke- i dan V_i melambangkan potensial listrik pada verteks segitiga ke- i . Y_e disebut matriks admitansi elementer, V_e , vektor potensial elementer, dan I_e , vektor arus elementer. Dengan mengembangkan (14) dan menghitung turunan f_i , kita peroleh:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} = (y_2 - y_3), \quad \frac{\partial f_2}{\partial x} = (y_3 - y_1), \quad \frac{\partial f_3}{\partial x} = (y_1 - y_2) \quad (15)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} = (x_3 - x_2), \quad \frac{\partial f_2}{\partial y} = (x_1 - x_3), \quad \frac{\partial f_3}{\partial y} = (x_2 - x_1) \quad (16)$$

$$\begin{vmatrix} = x_1 y_2 - x_1 y_3 - x_2 y_1 + x_2 y_3 + x_3 y_1 - x_3 y_2 \end{vmatrix} \quad (17)$$

Dengan substitusi persamaan-persamaan ini ke (12), diketahui σ_e konstan di dalam sebuah elemen dan luas sebuah elemen diberikan /2, kita peroleh:

$$Y_e = \begin{bmatrix} -(G_{12} + G_{13}) & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & -(G_{12} + G_{23}) & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & -(G_{13} + G_{23}) \end{bmatrix} \quad (18) \quad (4)$$

$$G_{12} = \frac{\sigma_e}{2} [(y_2 - y_3)(y_3 - y_1) + (x_3 - x_2)(x_1 - x_3)] \quad (19)$$

$$G_{13} = \frac{\sigma_e}{2} [(y_2 - y_3)(y_1 - y_2) + (x_3 - x_2)(x_2 - x_1)] \quad (20)$$

$$G_{23} = \frac{\sigma_e}{2} [(y_3 - y_1)(y_1 - y_2) + (x_1 - x_3)(x_2 - x_1)] \quad (21)$$

Matriks-matriks elementer Y_e , V_e , dan I_e , dihitung untuk setiap elemen segitiga lalu kemudian setelahnya masing-masing harus digabungkan menjadi matriks admitansi global Y , vektor potensial global V , dan vektor arus global I . Hal ini dilakukan dengan memasukkan angka node global ke setiap n node yang menyusun *mesh* FEM segitiga dan menambahkan kontribusi setiap matriks elementer ke matriks global yang sesuai dengan mempertimbangkan angka node global yang diberikan dari setiap verteks segitiga. Oleh karena itu, dimensi matriks global adalah $(n \times n)$ untuk Y dan $(n \times 1)$ untuk V dan I .

Metode untuk membangun phantom dari bentuk dan distribusi konduktivitas acak

Metode untuk membangun *phantom* dari bentuk dan distribusi konduktivitas acak didasarkan pada kesamaan antara dua metode yang disajikan pada bagian sebelumnya. Kedua metode memberikan sebuah formulasi $\mathbf{YV} = \mathbf{I}$, pertama untuk *mesh* rangkaian listrik dan kedua untuk medium konduktivitas kontinu. Ketika membandingkan (6) dan (18), kesamaan antara matriks admitansi yang diperoleh kedua metode jelas.

Metode untuk membangun *phantom* dari bentuk dan distribusi konduktivitas acak dapat diringkas dengan langkah-langkah berikut: 1) Tentukan bentuk dan distribusi konduktivitas phantom yang diinginkan. 2) Bagilah bentuk yang diinginkan menjadi sebuah *mesh* segitiga di mana setiap segitiga berkorespondensi dengan sebuah elemen dari model FEM dan setiap sisi segitiga berkorespondensi dengan sebuah resistor dari *mesh phantom*. 3) Hitung matriks admitansi dasar \mathbf{Y}_e untuk setiap segitiga pada *mesh*. 4) Rakit semua matriks admitansi dasar menjadi sebuah matriks admitansi global \mathbf{Y} . 5) Ekstrak setiap nilai resistor yang menyusun *mesh phantom* dari matriks admitansi global \mathbf{Y} . Nilai resistor yang menghubungkan *node* ke- i pada *mesh phantom* ke *node* ke- j sama dengan *inverse* dari elemen $(i; j)$ dari \mathbf{Y} .

Dengan memilih topologi *mesh* segitiga yang sama untuk model *phantom* dan FEM, *phantom* yang dirancang secara teoritis akan memiliki akurasi yang sama seperti model FEM. Namun dalam praktiknya, akurasi ini sedikit berkurang oleh fakta bahwa resistor bernilai nominal standar dengan toleransi terbatas digunakan untuk membangun *phantom*.