

Problemas acerca de líneas de espera

Elizabeth

Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

$$\mu_3 = 12 = \text{clientes} \quad n = 7,812 = \text{clientes} \quad n = 7,8$$

Introducción:

Se conoce como línea de espera a una hilera formada por uno o varios clientes que guardan para recibir un servicio. Los clientes pueden ser personas, objetos, máquinas que requieren mantenimiento, contenedores con mercancía en espera en ser envasados o elementos de inventario a punto de ser utilizados. Las líneas de espera se forman a causa de un desequilibrio temporal entre la demanda de un servicio y la capacidad del sistema para suministrarlo.

Metodología:

El modelo general asume que tanto las tasas de entrada como de salida dependen del estado; lo que esto quiere decir es que dependen de la cantidad de clientes en la instalación de servicio.

Problema 1

En el modelo de b&k del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, P_n para todas las n .

Solución:

$$\lambda = 10 \text{ clientes}$$

$$\mu_1 = 4 = \text{clientes} \quad n = 0,1,2,3,4 = \text{clientes} \quad n = 0,1,2,3$$

$$\mu_2 = 8 = \text{clientes} \quad n = 4,5,6$$

$$\mu_3 = 12 = \text{clientes} \quad n = 7,8$$

Para

$$P_1 =$$

Solución:

$$\lambda = 8 = \text{clientes} \quad n = 4,5,6$$

$$\mu_1 = 4 = \text{clientes} \quad n = 0,1,2,3$$

$$\mu_2 = 8 = \text{clientes} \quad n = 4,5,6$$

Para

$$P_1 = \frac{10}{4} P_0$$

$$P_2 = \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) P_0 = \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) P_0 = \left(\frac{10}{4}\right)^3$$

$$P_4 = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3$$

$$P_5 = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3$$

$$P_6 = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) \left(\frac{10}{4}\right) = \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3$$

$$P_{n \geq 7} = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0$$

Después de esto Sustituimos:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_{n \geq 7} = 1$$

$$P_0 + \left(\frac{10}{4}\right) P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} = 1$$

$$P_0 \left(1 + \frac{10}{4} + \left(\frac{10}{4}\right)^2 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} \right) = 1$$

$$P_0 \left(69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(1 + \left(\frac{10}{12}\right) + \left(\frac{10}{12}\right)^2 + \dots \right) \right) = 1$$

$$P_0 \left(69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right) \right) = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{1}{1 - \frac{10}{12}} \right)} = 3.96^{-03}$$

Conclusión

El análisis de líneas de espera es de interés para los gerentes porque afecta el diseño, la planificación

de la capacidad, la planificación de la distribución de espacio, la administración de los inventarios y la

programación.

