Problemas sobre columnas

Gamaliel Arriaga-Figueroa, Christian Subsar Santos-Espinoza
Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

ecuacion La fórmula para la carga crítica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EL}v = 0$

Encuentra la solución de esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de untegracion.

$v|x = 0 = 0$

$v|x = L = 0$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$P = n^2\frac{\pi^2 EL}{L^2}$

$v = C_1\ sen\ Ax + G\cos Ax$

$v = \frac{dv}{dx}C_1\ A\ \cos\ Ax\ - G\ A\ sen\ Ax$

$v = \frac{d^2v}{dx^2} = -C_1\ A^2\ 5m\ X_x - 6x^2\cos X_X$

$-C_1\ x^2\ sen\ Ax\ - G\ x^2\ \cos\ Ax + \left(\frac{P}{EI}\right)(C_1\ sen\ Ax + G\ \cos\ Ax\ ) = 0$

$-C_1\ x^2\ sen\ Ax\ -\ G\ x^2\ \cos\ Ax\ .\ C_1\left(\frac{P}{EI}\right) sen\ Ax\ + G\ \left(\frac{P}{EI}\right)\cos\ Ax\ = 0$

$C_1 \sin\ Ax\ \left(\frac{P}{EI} - x^n\right) + C_2\ \cos\ 2\ Ax\ \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$

$\frac{P}{EL} = A^2 \qquad A = \sqrt{\frac{P}{EL}}$

$v = C_1\ sen\ \sqrt{\frac{P}{EI}} + C_2\ \cos\ \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$a\,(b+c) \qquad a = ab + ac$

Calculando los valores de las constantes C1 y C2

$v = 0\ \ I\ \ x = 0$

$v = 0\ \ I\ \ x = L$

$x = 0$

$v = 0$

$C_1\ sen\ \sqrt{\frac{P}{EI}}\cos\ + C_2\ \cos\ \sqrt{\frac{P}{EI}}\,(0) = 0$

Para $v = 0 \quad I \quad x = L$

$v\,(x = L) = C_1\ \sin\ \sqrt{\frac{P}{EI}}L = 0$

$\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EL}}L\right) = 0$

$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi$

$Pu = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

$P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2}$