Problemas sobre columnas.

Alexia Madahi Reyes-Cobos , Karen Ayala-Mercado
 Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

Resumen—En este problema resolveremos el caso de las columnas con lo ultimo visto en la clase de física, con lo cual de realiza una ecuación diferencial.

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1751 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en la ecuación diferencial de la curva elástica.

$$EI \frac{d^2v}{dx^2}$$

El equilibrio del momento requiere que:

$$M = Pv$$

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -Pv$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Pv}{EI}$$

Para resolver una ecuación diferencial debemos proponer una solución que la satisfaga.

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) v = 0$$

$$V = C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x$$

$$V' = \frac{dv}{dx} = C_1 \lambda \cos \lambda x - C_2 \lambda \sin \lambda x$$

$$V'' = \frac{d^2v}{dx^2} = -C_1 \lambda^2 \sin \lambda x - C_2 \lambda^2 \cos \lambda x$$

$$\left(\frac{P}{EI}\right) (C_1 \sin \lambda x + C_2 \cos \lambda x) = 0$$

$$-C_1 \lambda^2 \sin \lambda x - C_2 \lambda^2 \cos \lambda x + C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) \sin \lambda x + C_2 \left(\frac{P}{EI}\right) \cos \lambda x = 0$$

$$C_1 \sin \lambda x \left(\frac{P}{EI} - \lambda^2\right) + C_2 \cos \lambda x \left(\frac{P}{EI} - \lambda^2\right) = 0$$

Calculando el valor de las constantes C1,C2

$$V = 0 \quad I \quad X = 0$$

$$V = 0 \quad I \quad X = L$$

$$X = 0$$

$$V = 0$$

$$C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}}(0) + C_2 \cos \sqrt{\frac{P}{EI}}(0) = 0$$

Para $v = 0$

$$V(X = L) = C_1 \sin \sqrt{\frac{P}{EI}} L = 0$$

$$\sin \left(\sqrt{\frac{P}{EI}} L\right) = 0$$

$$\sqrt{\frac{P}{EI}} L = n\pi$$

$$\frac{P}{EI} L^2 = n^2 \pi^2$$

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$