Problemas Sobre Columnas: Humberto hdez U. Jessica Gomes. Jennifer Reyes L.

Humberto Misael Hernandez-Ureña[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

May 18, 2018

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1957 por Leonhar Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se basa en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{p}{Ei}v = 0$

Encuentre la solución a esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de integración.

$v\,|x = 0 = 0|$

$v\,|x = L = 0|$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado.

$P = n^2 \quad \frac{\pi^2 Ei}{L^2}$

$v = c1 \sin \gamma x + c2 \cos \gamma x$

$v1 = \frac{dv}{dx} = c1\gamma x \cos \gamma x - c2\gamma x \sin \gamma x$

$v11 = \frac{d^2v}{dx^2} = -c1\gamma x^2 \sin \gamma x - c2\gamma x^2 \cos \gamma x$

$-c1\gamma x^2 \sin \gamma x - c2\gamma x^2 \cos \gamma x + \left(\frac{p}{Ei}\right)(c1 \sin \gamma x + c2 \cos \gamma x) = 0$

Factorizando

$-c1\gamma x \sin \gamma x - c2\gamma x^2 \cos \gamma x \ y \ c1\left(\frac{p}{Ei}\right) \sin \gamma x + c2\left(\frac{p}{Ei}\right) \cos \gamma x = 0$

$c1\sin\gamma x\left(\frac{p}{Ei}-x^2\right)+c2\cos\gamma x\left(\frac{p}{Ei}-x^2\right)=0$

Para despejar

$v=c1\sin\sqrt{\frac{p}{Ei}\gamma x}+c2\cos\sqrt{\frac{p}{Ei}x}$

Entonces

$v=0\quad I\quad x=0$

$v=0\quad I\quad x=L$

$v=c1\sin\sqrt{\frac{p}{Ei}x}+c2\cos\sqrt{\frac{p}{Ei}x}$

Las condiciones

$x=0$

$v=0$

$c1\sin\sqrt{\frac{p}{Ei}}\left(0\right)+c2\cos\sqrt{\frac{p}{Ei}}\left(o\right)=0$

$c2=0$

$Para\ v=0\quad I\quad x=L$

$v\left(x=L\right)=c1\sin\sqrt{\frac{p}{Ei}L=0}$

$\sin\left(\sqrt{\frac{p}{Ei}L}\right)=0$

$n=1$

$\sqrt{\frac{p}{Ei}}L=n\pi$

$\frac{p}{Ei}L^2=n^2\pi^2$

$p=\frac{n^2\pi^2Ei}{L^2}$

$Pcr=\frac{\pi^2Ei}{L^2}\qquad n=1$

c1= Representa que tanto se pandea la columna