

Informe de solución de problemas

Edgar Eduardo Nuñez-Madrid¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

May 5, 2020

Instrucciones:

Resolver los siguientes ejercicios de resistencia de los materiales correctamente.

Ejercicio 1.

La viga rígida AB descansa sobre dos postes cortos como se muestra en la figura 1. Ambos postes están hechos de acero ($E_{ac} = 200GPa$) y tienen un diámetro de 20 mm. Determine el desplazamiento del punto F en AB si se aplica una carga de 110 kN sobre ese punto.

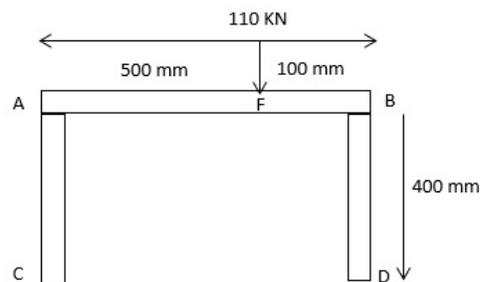


Figure 1: Viga rígida

Solución

Fuerza Interna. Las de compresión que actúan en la parte superior de cada poste se determinan a partir del equilibrio del miembro AB. (Figura 2) Esas fuerzas son iguales a las fuerzas internas de cada poste. (Figura 2)

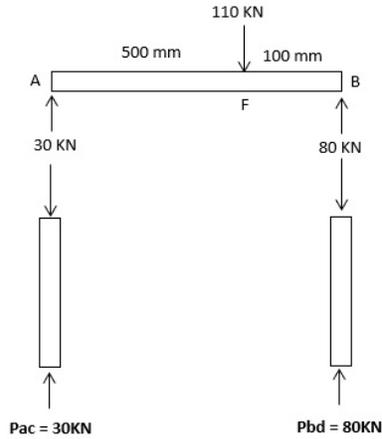


Figure 2: Figura 2

El desplazamiento de la parte de cada poste es:

Poste A

$$\delta A = \frac{PacLac}{AacEal} = \frac{(-30(10^3)N)(0.400\ m)}{\pi(0.010m)^2(200(10^9)\frac{N}{m^2})} = -0.190(10^{-6})\ m$$

$$\delta A = 0.190\ mm$$

Poste B

$$\delta B = \frac{PbdLbd}{AbdEbl} = \frac{(-80(10^3)N)(0.400\ m)}{\pi(0.010m)^2(200(10^9)\frac{N}{m^2})} = -0.509(10^{-6})\ m$$

$$\delta B = 0.509\ mm$$

En la figura 3 se muestra un diagrama de los desplazamientos de los puntos A, B situados en el eje de la viga. Por proporciones en el triángulo, el desplazamiento del punto F es entonces:

$$\delta F = 0.190\ mm + (0.319\ mm)\left(\frac{100\ mm}{600\ mm}\right) = 0.243\ mm$$

$$\delta F = 0.243\ mm$$

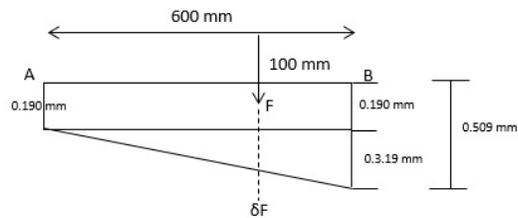


Figure 3: Triangulo de proporciones

Ejercicio 2.

La viga mostrada en la figura 4 soporta una carga de 60 kN. Determine el desplazamiento en B. Considere $E = 60 \text{ GPa}$ y $A_{bc} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

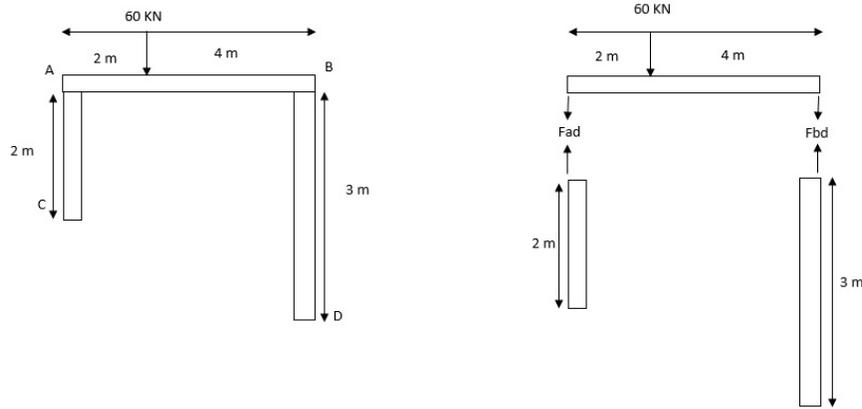


Figure 4: Ejercicio 2

Solución

$$A_{bc} = 2 (10^{-3}) \text{ M}^2$$

$$E = 60 \text{ GPa}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma M = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_{AD} + F_{BC} - 60 \text{ kN} = 0$$

$$-(2M)(60 \text{ kN}) + (6M)F_{BC} = 0$$

$$-120 \text{ kNm} + F_{BC}(6M) = 0$$

$$F_{BC} = \frac{120 \text{ kN} \cdot \text{M}}{6M} = 20 \text{ kN}$$

$$F_{AD} + 20 \text{ kN} - 60 \text{ kN} = 0$$

$$F_{AD} = 60 \text{ kN} - 20 \text{ kN} = 40 \text{ kN}$$

$$S_{BC} = \frac{PL}{AE} = \frac{(-20 \times 10^3 \text{ N})(3 \text{ M})}{2 \times 10^{-3} \text{ M}^2 (60 \times 10^9 \text{ N} / \text{M}^2)} = -5 \times 10^{-4}$$

Ejercicio 3

La fórmula para la carga crítica de una columna fue derivada en 1757 por Leonel Euler. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{Pv}{EI} = 0$$

Dada la ecuación donde:

v : representa el desplazamiento vertical o deflexión en el eje x sobre la viga

p : es el momento flector sobre la abscisa x

I : es el segundo momento del área o momento de inercia

E : es el módulo de elasticidad

$$\frac{d^2 v(x)}{dx^2} = \frac{p(x)}{EI} \left(1 + \left(\frac{dv(x)}{dx} \right)^2 \right)$$

$\frac{d^2}{dx^2}$

$$EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2}$$

$$EI \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = q(x)$$

$$v(x) = v_a + \theta_a (x - a) + \int_0^x \int_0^s \frac{P(s)}{EI} ds ds$$

Para obtener este resultado fue necesario despejar la ecuación así como la derivación de las variables de condición

Encuentre la solución a esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores para las constantes de integración

$$v|_{x=0} = 0$$

$$v|_{x=l} = 0$$

Finalmente, explique como obtener el siguiente resultado:

$$P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$