Problemas acerca de lineas de espera.

Alma Hernandez-Flores
Instituto Tecnologico Superior Zacatecas Occidente

Introducción.

Una línea de espera es el efecto resultante en un sistema cuando la demanda de un servicio supera la capacidad de proporcionar dicho servicio. Este sistema está formado por un conjunto de entidades en paralelo que proporcionan un servicio a las transacciones que aleatoriamente entran al sistema.

La teoría de líneas de espera e aplicable a empresas de servicios y manufactureras por que relaciona las llegadas de los clientes con las características del procesamiento del sistema de servicios con las características de salidas de dicho sistema.

Problema.

En el modelo B&K Groceries visto en clase suponga que el tiempo de llegadas en área de caja es exponencial con media de 6 minutos y el tiempo de caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable Pn para todas las n.

El problema consta de encontrar todos los valores de P para todas las n. primeramente se tiene que obtener el valor de **n y**

μν, tomando como base los datos del problema.

Los valores de cada una de las variables se muestran a continuacion:

$$\lambda = 10 \; clientes \; por \; hora$$

$$\mu_1 = 4 \; clientes \; por \; hora \quad n = 0, 1, 2, 3...$$

$$\mu_2 = \; 8 \; clientes \; por \; hora \quad n = 4, 5, 6,$$

$$\mu_3 = \; 12 \; clientes \; por \; hora \quad n = 7, 8...$$

Ahora se calcularan los valores de cada una de las P.

Para sacar el valor de P1:

$$P_1 = \tfrac{10}{4} Po$$

Para el valor de P2:

$$P_2 = \left(\tfrac{10}{4}\right) + \left(\tfrac{10}{4}\right) \; Po \; = \; \left(\tfrac{10}{4}\right)^2 Po$$

Para el valor de P3:

$$P_3 = \left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po$$

Para el valor de P4:

$$P_4 = \left(\tfrac{10}{8}\right)\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po$$

Para el valor de P5:

$$P_5 = \left(\tfrac{10}{8}\right)^2\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po$$

Para el valor de P6:

$$P_6 = \left(\tfrac{10}{8}\right)^3\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po$$

Para el valor de P7:

$$P_{n>7} = \left(\tfrac{10}{4}\right)^3\left(\tfrac{10}{8}\right)^3 \; \left(\tfrac{10}{12}\right)^{n-6} Po$$

Sumatoria de cada una de los valores de P:

$$\Sigma_{n=0} \; Pn = 1$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_{n\geq 7} = 1 \qquad (1)$$

Sustituyendo los valores de Po hasta P7.

$$Po + \left(\tfrac{10}{4}\right) Po + \left(\tfrac{10}{4}\right)^2 Po + \left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po + \left(\tfrac{10}{8}\right)\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po +$$

$$\left(\tfrac{10}{8}\right)^2\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po + \left(\tfrac{10}{8}\right)^3\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 Po +$$

$$+ \left(\tfrac{10}{4}\right)^3\left(\tfrac{10}{8}\right)^3 \; \left(\tfrac{10}{12}\right)^{n-6} Po = 1$$

Factorizando cada uno de los terminos:

$$Po\left[\tfrac{10}{4} + \left(\tfrac{10}{4}\right)^2 + \left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{10}{8}\right)\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{10}{8}\right)^2\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \right]$$

$$+ \left(\tfrac{10}{8}\right)^3\left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{10}{4}\right)^3\left(\tfrac{10}{8}\right)^3 \; \left(\tfrac{10}{12}\right)^{n-6} = 1$$

$$Po\left\{69.32 + \left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{10}{8}\right)^3 + \left[1 + \tfrac{10}{12} + \left(\tfrac{10}{12}\right)^2\right]\right\}$$

Utilizando la serie geométrica:

$$Po\left[69.32 + \left(\tfrac{10}{4}\right)^3 + \left(\tfrac{10}{8}\right)^3 + \left[\tfrac{1}{1-\frac{10}{12}}\right]\right] = 1$$

$$Po = \frac{1}{69.32 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^3\left[\frac{1}{1-\frac{10}{12}}\right]} = 3.96^{-3}$$

Obteniendo el valor de Po, ya se pueden obtener los valores de cada una de las P, como se muestra a con

Para P1:

$P_1 = \ P_1 + P_2 + P_3 = \left(\left(\frac{10}{4}\right) + \left(\frac{10}{4}\right)^2 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \right) \ Po =$ 0.096

$P_2 = P_4 + P_5 + P_6 = \left(\left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 Po = 0.2948 \right)$

En base a los resultados obtenidos la probabilidad de que abran la caja 1 es de 9.6%, la de la caja 2 es de 29.48% y la probabilidad de que abran la caja 3 es de 60.92%.

CONCLUSIÓN.

La utilización de lineas de espera principalmente lo usan empresas de servicio como por ejemplo un banco, o una tienda de autoservicios, determinando el tiempo de llegadas de un cliente y el tiempo de espera del mismo en ser atendido. beneficia tanto al gerente como a los empleados que atienden al cliente ya que se puede ahorrar espacio, tiempo y dinero.