

Modelo de dos colas

Francisca Álvarez-Zermeño ¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

May 9, 2018

Abstract

Abstract content goes here

Introducción

Veremos el modelo de colas, donde se va sacar el valor de P_0 de acuerdo a cada hora y cliente dependiendo en los valores sustituidos en la fórmula P .

Resultados

Se mostraran a continuación el problema y su solución.

Problema

El método de B&K del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable, P_n para todas las n .

Solución

Se tiene que encontrar el valor de λ y los valores de μ .

$$\lambda_n = \lambda$$

$$\lambda = 10 \text{ clientes por hora}$$

$$\mu_1 = 4 \quad n=0,1,2,3$$

$$\mu_2 = 8 \quad n=4,5,6$$

$$\mu_3 = 12 \quad n=7,8,\dots$$

Se utiliza la fórmula de P_0 y se sustituye en ella λ y μ .

Valor P1:

$$P1 = \frac{10}{4} P_0$$

Valor P2:

$$P2 = \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0$$

Valor para P3:

$$P3 = \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

Valor para P4:

$$P4 = \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

Valor para P5:

$$P5 = \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

Valor para P6:

$$P6 = \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0$$

Valor para P7:

$$P_{n>=7} = \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0$$

Enseguida se suman los valores de P.

$$P_0 + P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P_{>7} = 1$$

Sustitución de los valores de P.

$$P_0 + \frac{10}{4} P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^2 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 P_0 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} P_0 = 1$$

$$1 + \frac{10}{4} + \left(\frac{10}{4}\right)^2 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right) \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^2 \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{4}\right)^3 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left(\frac{10}{12}\right)^{n-6} = 1$$

Se factoriza para reducir los términos para utilizar la serie geométrica y se saca el valor de P₀.

$$P_0 \left[69.31 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left\{ 1 + \left(\frac{10}{12}\right) + \left(\frac{10}{12}\right)^2 + \dots \right\} \right] = 1$$

$$P_0 \left\{ 69.31 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left[\frac{1}{1-\frac{10}{12}} \right] \right\} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.31 + \left(\frac{10}{4}\right)^3 \left(\frac{10}{8}\right)^3 \left[\frac{1}{1-\frac{10}{12}} \right]} = 3.96$$

El valor resultante de P₀ = 3.96

Conclusión

Se puede concluir que utilizando la serie geométrica en el método de colas es mucho más sencillo de sacar su resultado mediante λ y μ para llegar al resultado de P₀ exacto.

