

# Problemas acerca de líneas de espera

Moyra Fraga-Marquez  
 Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

## Introducción:

Mediante este método de líneas de espera podremos ver lo favorable de los recursos para las empresas, estas líneas las hacemos en todos los días, en el banco, en las tiendas de autoservicio, para saber a un transporte público, etc. Si se aplica este método nos daremos cuenta si es necesario abrir más cajas o agregar a más personas para que ayuden a tener un orden y así atender rápido a los clientes.

## Ejercicio:

Los clientes llegan al área de cajas de acuerdo con una distribución de Poisson con tasa media de 10 clientes por hora. En el modelo de B&K del ejemplo visto en clase, suponga que el tiempo entre llegadas en el área de cajas es exponencial con media de 6 minutos y que el tiempo en la caja por cliente también es exponencial con media de 15 minutos. Determine las probabilidades de estado estable,  $P_n$  para todas las  $n$ .

## Solución:

- $\lambda = 10$  clientes por hora
- $\mu_n = 4$  clientes;  $n = 0, 1, 2, 3$
- $\mu_n = 8$  clientes;  $n = 4, 5, 6$
- $\mu_n = 12$  clientes;  $n = 7, 8, \dots$

## Para $P_1$ :

$$P_1 = \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) P_0 = \left( \frac{10}{4} \right) P_0$$

$$P_2 = \left( \frac{10}{4} \right)^2 P_0$$

$$P_3 = \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_4 = \left( \frac{10}{8} \right) \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_5 = \left( \frac{10}{8} \right)^2 \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_6 = \left( \frac{10}{8} \right)^3 \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0$$

$$P_n \geq 7 = \left( \frac{10}{4} \right)^3 \left( \frac{10}{8} \right)^3 \left( \frac{10}{12} \right)^{n-6} P_0$$

$$\text{Factorizado: } P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = 1$$

$$P_0 + \left( \frac{10}{4} \right) P_0 + \left( \frac{10}{4} \right)^2 P_0 + \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left( \frac{10}{8} \right) \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left( \frac{10}{8} \right)^2 \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left( \frac{10}{8} \right)^3 \left( \frac{10}{4} \right)^3 P_0 + \left( \frac{10}{4} \right)^3 \left( \frac{10}{8} \right)^3 \left( \frac{10}{12} \right)^{n-6} P_0 = 1$$

$$P_0 = \{ 1 + 2.5 + 6.25 + 15.62 + 19.53 + 24.41 \} = 69.31$$

$$P_0 = \{ 69.31 + \left( \frac{10}{8} \right)^3 + \left( \frac{10}{4} \right)^3 + \left( \frac{10}{4} \right)^3 + \left( \frac{10}{8} \right)^3 + \{ 1 + \left( \frac{16}{12} \right) + \left( \frac{10}{12} \right)^2 + \dots \}$$

$$P_0 = \{ 69.32 + \left( \frac{10}{4} \right)^3 \left( \frac{10}{8} \right)^3 [1 - \left( \frac{10}{12} \right)] \} = 1$$

$$P_0 = \frac{1}{69.32 \left( \frac{10}{4} \right)^3 \left( \frac{10}{8} \right)^3 \left( \frac{1}{1 - \left( \frac{10}{12} \right)} \right)} = 3.96e^{-3}$$

## CONCLUSIÓN:

Este método es fundamental que las empresas lo apliquen, ya que así podremos saber si es necesario tener otra alternativa para mejorar su desempeño y lograr el flujo rápido de los clientes.