Problemas sobre columnas.

Adán Ramón García-Bertaud, Alexis Romero-Quiroz, Jesus Alberto Hernandez-Mercado
Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

***Resumen*—En seguida se muestran problemas sobre columnas donde daremos su respectiva solución con lo aprendido en clase.**

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler el gran matemático Suizo. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EI}v = 0$

Encuentre la solución a esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de integración:

$v|_{x=0} = 0 \qquad v|_{x=L} = 0$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$P = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

Para resolver una ecuación diferencial debemos proponer una solución que la satisfaga.

$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{p}{EI}\right) v = 0$

Se deriva

$v = C_1 \sin lx + C_2 \cos lx$

$v' = \frac{dv}{dx} = C_1 l \cos - C_2 l \sin lx$

$v'' = \frac{d^2v}{dx^2} = C_1 l^2 \sin lx - C_2 l^2 \cos lx$

Se factoriza

$-C_1 l^2 \sin lx - C_2 l^2 \cos lx + \left(\frac{p}{EI}\right)(C_1 \sin lx + C_2 \cos lx = 0)$

$C_1 l^2 \sin lx - C_2 l^2 \cos lx + C_1 \left(\frac{p}{EI}\right) \sin lx + C_2 \left(\frac{p}{EI}\right) \cos lx = 0$

$C_1 \sin lx \left(\frac{p}{EI} - x^2\right) + C_2 \cos lx \left(\frac{p}{EI} - x^2\right) = 0$

$\frac{p}{EI} = l^2 \qquad l = \sqrt{\frac{p}{EI}}$

$v = C_1 \sin \sqrt{\frac{p}{EI}}x + C_2 \cos \sqrt{\frac{p}{EI}}x$

$v = 0 \; I \quad x = 0$

$v = 0 \; I \quad x = L$

$C_1 \sin \sqrt{\frac{p}{EI}}(o) + C_2 \cos \sqrt{\frac{p}{EI}}(0) = 0$

Para: $v = 0 \qquad x = L$

$v(x = L) = C_1 \sin \sqrt{\frac{p}{EI}}L = 0 v(x = L) = C_1 \sin \sqrt{\frac{p}{EI}}L = 0$

$\sin\left(\sqrt{\frac{p}{EI}}L\right) = 0$

$\sqrt{\frac{p}{EI}} = L = n\pi$

Se despeja P

$\frac{p}{EI}L^2 = n^2\pi^2$

$p = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2}$

Para calcular la critica

n=1

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

Contribuciones:

El trabajo se realizo por partes iguales entre los tres integrantes del equipo, Adán, Alexis y Alberto.