Problemas sobre centroides

Julieta Avila Bravo[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

2 de abril de 2019

Resumen

Centro de gravedad: un cuerpo esta compuesto de un número infinito de partículas de tamaño diferencial, así que si el cuerpo esta ubicado dentro de un campo gravitacional tendrá un peso de W. Estos pesos formaran un sistema de fuerzas aproximadamente paralela, y la resultante de este sistema es el peso total del cuerpo el cual pasa a través de un punto llamado centro de gravedad(G).

Centro de masa de un cuerpo: para estudiar la respuesta dinámica o el movimiento acelerado de un cuerpo es importante ubicar el centro de masa. Esta ubicación se determina sustituyendo dw=gdm.

Problema 1.

Localice el centro de masa de la barra homogénea doblada en forma de circular.

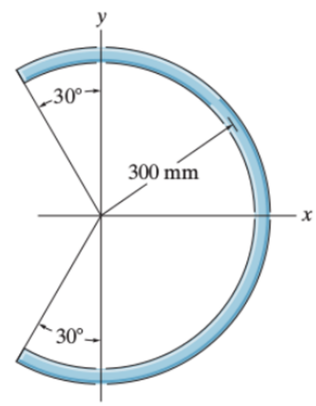

Figura 1: Problema 1.

Solución.

"X" media es igual a:

$$= \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \ \cos\ \theta \ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R \ d\theta}$$

$$= \frac{R \ \int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\ \theta \ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

$$= \frac{R \ [\sin\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{[\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}$$

$$= \frac{R\ \sqrt{3}}{\frac{2\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}} dL = R d\theta$$

$$= \frac{3\sqrt{3}R}{4\pi} = 0.124\ m$$

"Y" media es igual a:

$$= \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2\ \ \sin\theta\ \ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R\ \ d\theta}$$

$$= \frac{R\ \int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin\ \ \theta\ \ d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\ \ \theta} = \frac{R\ [-\cos]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}{[\theta]_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}}$$

$$= \frac{R\ [0.5+(-0.5)]}{4\pi} = 0$$

Problema 2.

Localice el centro de gravedad de la barra homogénea doblada en forma de un arco semicircular. La varilla tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb sobre ft. También determine la reacción horizontal en el soporte lizo B y las componentes x e y de reacción en el pasador.

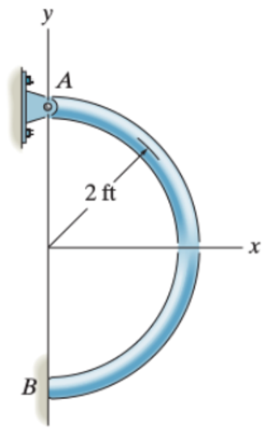

Figura 2: Problema 2.

Solución.

X media es igual a:

$$= \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r^2\ \ \cos\ \ \theta\ \ d\ \ \theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\ \ r\ \ d\ \ \theta} = \frac{r\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\ \ \theta\ \ d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta}$$

$= r\left(\frac{\sin\ \theta}{\theta}\right)$ evaluado desde $\frac{\pi}{2}$ hasta $-\frac{\pi}{2}$

Ahora sustituimos:

$$= \frac{[r\ \ \ \sin\ \ \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{r\left(\sin\ \ \frac{\pi}{2}+\left(-\sin\ \ \frac{\pi}{2}\right)\right)}{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}} = 0$$

Ahora para Y media:

$$= \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r^2\ \ \sin\ \ \theta\ \ d\ \ \theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r\ \ d\theta} = \frac{r\ \ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\ \ \theta\ \ d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta} = \frac{-r\cos\theta}{\theta}$$

Sustituimos

$$= \frac{r[-\cos\ \ \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{r\left[\left(-\cos\ \ \frac{\pi}{2}\right)+\left(\cos\ \ \frac{\pi}{2}\right)\right]}{\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}} = 0$$