Problemas Sobre Centroides

William Aaron Moreno Sanchez[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

3 de abril de 2019

El presente trabajo se realizo con la finalidad de aprender a resolver los problemas sobre centroides y así calcular el área de un arco, por otra partes también se calcula el centro de gravedad de nuestra figura mostrada a continuación teniendo en cuenta las distintas características de cada uno de los problemas a realizar. Para ello nos basamos en el tema de centroides.

Problema.- 1

Calcule el área de la barra homogénea doblada en la forma de un arco circular.

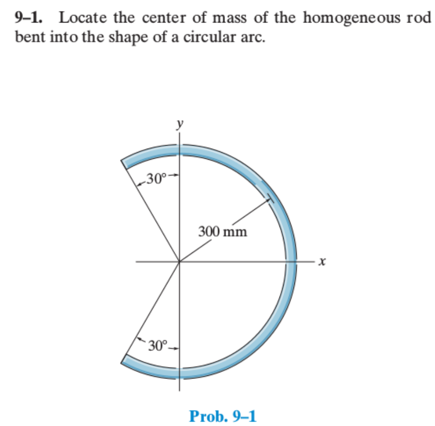

Figura 1: **BARRA HOMOGÉNEA DOBLADA CIRCULAR**

Solución:

Paso 1: Usamos el centroide de una área, que se representa con las siguientes formulas.

$x^{-}=\frac{\int_A x^{\sim}\ dA}{\int_A dA}$ y $y^{-}=\frac{\int_A y^{\sim} dA}{\int_A dA}$

Paso 2: Determinar las ecuaciones.

$x^{\sim} = R\cos\theta$

$y^{\sim} = R\sin\theta$

$dA = Rd\theta$

Paso 3: Resolver integrales y obtener resultado.

Primeramente comenzamos resolviendo x^-, considerando que el limite va de $-\frac{2\pi}{3} a \ \frac{2\pi}{3}$, Ahora vamos a obtener el valor de x^-.

$$x^- = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \cos\theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R d\theta}$$

$$x^- = \frac{R\left(\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta\right)}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

En esta parte integramos el coseno para obtener el valor del seno y sustituimos el valor de θ.

$$x^- = \frac{R\left[\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) - sen\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right]}{\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right)}$$

Ahora obtendremos los valores correspondientes de la operación anterior, pero ahora R multiplicara al resultado anterior; considerando que R =0.3 metros.

$$x^- = \frac{((0.3)(1.732))}{4.189} = 0.124 \ m$$

Es por esto que el valor de $x^- = 0.124 \ m$

Aquí resolvemos el valor de y^-.

$$y^- = \frac{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R^2 \sin\theta d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} R d\theta}$$

$$y^- = \frac{R\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin d\theta}{\int_{-\frac{2\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} d\theta}$$

En esta parte integramos el seno para obtener el valor del coseno y sustituimos θ.

$$y^- = \frac{\left[\left(-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right]}{\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}\right)}$$

Por ultimo obtendremos los valores correspondientes de la operación anterior, pero ahora R multiplicara al resultado anterior; considerando que R =0.3 metros.

$$y^- = \frac{((0.3)(0))}{4.189} = 0$$

Es por esto que el valor $y^- = 0$

Problema.- 2

Localiza el centro de gravedad x^- de la barra homogénea doblada en forma de arco semicircular. La barra tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb / ft. Además, determine la reacción horizontal en el soporte liso B y las componentes x e y de reacción en el punto A.

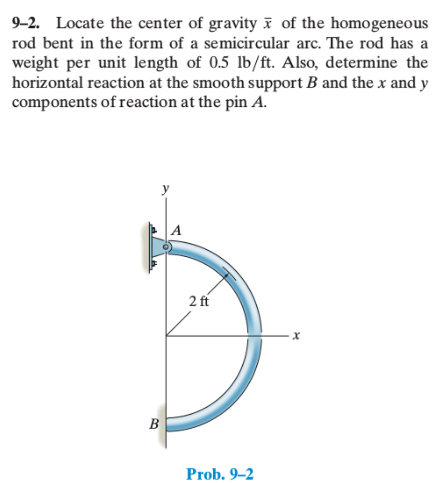
9–2. Locate the center of gravity $\bar{x}$ of the homogeneous rod bent in the form of a semicircular arc. The rod has a weight per unit length of 0.5 lb/ft. Also, determine the horizontal reaction at the smooth support *B* and the *x* and *y* components of reaction at the pin *A*.

Figura 2: **BARRA HOMOGÉNEA SEMICIRCULAR**

Solución:

Paso 1.- Usamos el centroide de una línea, que se representa con las siguientes formulas.

$x^{-} = \frac{\int_L x^{\sim} dL}{\int_L dL}$ y $y^{-} = \frac{\int_L y^{\sim} dL}{\int_L dL}$

Paso 2: Determinar las ecuaciones.

$x^{\sim} = 2\cos\theta$

$y^{\sim} = 2\sin\theta$

$dL = 2\ d\theta$

Paso .-3 Resolver integrales y obtener resultado.

En esta parte se obtiene el valor de $x^{\sim}$ ya que con el resultado podremos sacar el valor de los puntos que se piden.

$x^{\sim} = \frac{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\cos\theta\ 2\ d\theta}{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 2\ d\theta}$

Ahora vamos a Integrar para cambiar de coseno a seno.

$x^{\sim} = \frac{4[\sin\theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}{[2\theta]_{-\frac{2}{2}}^{\frac{\pi}{2}}}$

$x^{\sim} = \frac{4}{\pi} ft$

Ahora vamos a resolver $y^{\sim}$.

$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$

$\Sigma\vec{M} = \vec{0}$

$\Sigma Fx = 0$

Ahora vamos a igualar Bx=Ax.

$Bx - Ax = 0$

$Bx = Ax = 1\ lb$

Ahora vamos a despejar W y Ay.

$Ay - W = 0$

$Ay = W = \pi\ lb$

En esta parte vamos a sustituir los valores correspondientes.

$\left(\frac{4}{\pi}\right) ft\,(-\pi\ lb) - (-4\ ft)\,Bx = 0$

$-4ft\ lb + 4ft\ Bx = 0$

$4ft\ Bx = 4ft\ lb$

$Bx = 1\ lb$

Ahora se obtienes el valor de W sustituyendo los respectivos valores.

$W = PL = \left(0.5\frac{lb}{ft}\right)(\pi\ 2ft)$

$W = \pi\ lb$

En esta parte de tenemos fx, fy , rx, ry.

$rx = 0$

$ry = -4ft$

$fx = Bx$

$fy = 0$

$fy = -W = -\pi\ lb$

Por ultimo tenemos el resultado de y^{-}.

$y^{-} = 2\ ft$