Problema sobre columnas

Alejandro Tellez[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

13 de mayo de 2019

Resumen

En el siguiente documento se le dará solución a un problema sobre columnas en el cual explicaremos como obtener dicho resultado que nos muestra el problema.

Problema

La fórmula para la carga crítica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se basó en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{P}{EL}v = 0$$

Encuentra la solución de esta ecuación y aplique las siguientes condiciones para obtener los valores de las constantes de untegracion.

$v|x = 0 = 0$

$v|x = L = 0$

Finalmente explique como obtener el siguiente resultado:

$$P = n^2 \frac{\pi^2 EL}{L^2}$$

Solución:

$$v = C_1 \ sen \ Ax + G \cos Ax$$

$$v = \frac{dv}{dx} C_1 \ A \ \cos \ Ax \ - G \ A \ sen \ Ax$$

$$v = \frac{d^2v}{dx^2} = -C_1 \ A^2 \ 5m \ X_x - 6x^2 \cos X_X$$

$$-C_1 \ x^2 \ sen \ Ax \ - \ G \ x^2 \cos \ Ax + \left(\frac{P}{EI}\right) (C_1 \ sen \ Ax + G \ \cos \ Ax \ ) = 0$$

$$-C_1 \ x^2 \ sen \ Ax \ - G \ x^2 \cos \ Ax \ . \ C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) sen \ Ax \ + G \ \left(\frac{P}{EI}\right) \cos \ Ax \ = 0$$

$$C_1 \sin \ Ax \ \left(\frac{P}{EI} - x^n\right) \ +$$

$C_2\ \cos\ 2\ Ax\ \left(\frac{P}{EI} - x^2\right) = 0$ $\qquad$ $Pu = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

$\frac{P}{EL} = A^2$ $\qquad$ $A = \sqrt{\frac{P}{EL}}$ $\qquad$ $P = \frac{n^2\pi^2 EI}{L^2}$

$v = C_1\ sen\ \sqrt{\frac{P}{EI}} + C_2\ \cos\ \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$a\,(b + c)$ $\qquad$ $a = ab + ac$

Calculando los valores de las constantes C1 y C2

$v = 0\ \ I\ \ x = 0$

$v = 0\ \ I\ \ x = L$

$x = 0$

$v = 0$

$C_1\ sen\ \sqrt{\frac{P}{EI}}\cos\ + C_2\ \cos\ \sqrt{\frac{P}{EI}}\,(0) = 0$

Para $\quad v = 0 \qquad I \qquad x = L$

$v\,(x = L) = C_1\ \sin\ \sqrt{\frac{P}{EI}}L = 0$

$\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EL}}L\right) = 0$

$\sqrt{\frac{P}{EI}}L = n\pi$