Problemas sobre centroides

Paola Guadalupe Aquino-García[1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

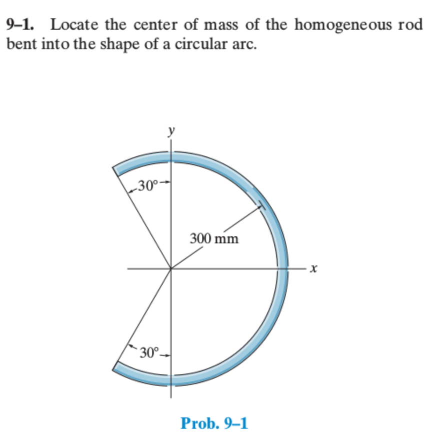
4 de abril de 2019

Resumen

Con la siguiente práctica se busca que aprendamos a calcular por medio de integrales los centroides de masa, gravedad, línea, área y volumen para la solución a los problemas establecidos.

Problema 1

Localice el centro de masa de la barra homogénea doblada en la forma de un arco circular.



Solución

Utilizaremos en centroide de línea.

$$\bar{x}=\frac{\int \tilde{x}\,dl}{\int dl} \qquad \bar{y}=\frac{\int \tilde{y}\,dl}{\int dl}$$

Figura 1: Centroide de línea

Debido a que desconocemos el valor de "x" ,"y" testada debemos aplicar las siguiente fórmulas

$$x = R\cos\theta \tag{1}$$

$$y = R\sin\theta \tag{2}$$

$$dl = rd\theta \tag{3}$$

Como ya conocemos "x" ,"y" y dl sustituimos en las integrales para de esta manera poder obtener "x" y "y" barra. Sustituimos para obtener "x" barra, evaluar de $\frac{2}{3}\pi \quad a \ -\frac{2}{3}\pi$

$$x=\frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R^2\cos\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R\ d\theta}=\frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R\cos\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} d\theta}=\frac{R\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}\cos\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} d\theta}$$

$$\frac{R[\sin\theta]}{\theta}=\frac{0.3\left[\sin\frac{2}{3}\pi-\sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right]}{\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{2}{3}\pi\right)}=\frac{0.3\sqrt{3}}{\frac{4\pi}{3}}=0.124$$

Ahora realizaremos los mismo para obtener "y" barra, evaluar de $\frac{2}{3}\pi \quad a \ -\frac{2}{3}\pi$

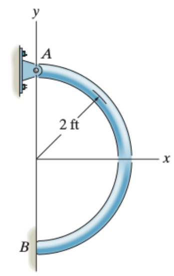
$$y=\frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R^2\sin\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R\ d\theta}=\frac{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} R\sin\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} d\theta}=\frac{R\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi}\sin\theta d\theta}{\int_{-\frac{2}{3}\pi}^{\frac{2}{3}\pi} d\theta}$$

$$\frac{R[\cos\theta]}{\theta}=\frac{0.3\left[\cos\frac{2}{3}\pi-\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right]}{\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{2}{3}\pi\right)}=0$$

Problema 2

Localice el centro de gravedad de la barra homogénea doblada en forma de un arco semicircular. La varilla tiene un peso por unidad de longitud de 0.5 lb/ft. También determine la reacción horizontal en el soporte liso B y las componentes x e y de reacción en el pasador A.

9–2. Locate the center of gravity $\bar{x}$ of the homogeneous rod bent in the form of a semicircular arc. The rod has a weight per unit length of 0.5 lb/ft. Also, determine the horizontal reaction at the smooth support B and the x and y components of reaction at the pin A.



Prob. 9–2

Figura 2: Problema 2

Solución

$r=\frac{W}{L}$

$W=rL$

$dw=rdl$

$$x=\frac{\int_\theta^\theta x\quad dw}{\int_\theta^\theta dw}$$

$$x=\frac{\int_\theta^\theta x\ pdl}{\int_\theta^\theta p\ dl}=\frac{\int_\theta^\theta x\ dl}{\int_\theta^\theta dl}$$

Al despejar el peso de la fórmulas de presión y derivar obtener dw los cual se sustituye en las integrales y obtenemos que debemos usar el centroide de línea.

$$\bar{x}=\frac{\int\tilde{x}dl}{\int dl}\qquad\qquad \bar{y}=\frac{\int\tilde{y}dl}{\int dl}$$

Figura 3: Centroide de línea

Debido a que desconocemos el valor de "x" testada debemos aplicar las siguiente fórmulas.

$$x = R\cos\theta \tag{4}$$

$$dl = rd\theta \tag{5}$$

Como ya conocemos "x" y dl sustituimos en las integrales para de esta manera poder obtener "x" barra. Sustituimos para obtener "x" barra, evaluar de $\frac{\pi}{2} \quad a \quad -\frac{\pi}{2}$

$x = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r\cos\theta rd\theta}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} rd\theta} = \frac{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r\cos\theta d\theta}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta} = \frac{r\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta rd\theta}{\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta} = \frac{r[sen\theta]}{\theta}$

$x = \frac{r\left[sen\frac{\pi}{2} - sen\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]}{\left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)} = \frac{2r}{\pi} = \frac{2ft(2)}{\pi} = 1.273ft$

Componentes

$\Sigma M_A = 0$

$-r\gamma x + B_x \cdot 2r = 0$

$B_x = \frac{\pi \cdot r \cdot \gamma \cdot x}{2r} = \frac{\pi(2)\left(.5\frac{lb}{ft}\right)(1.273)}{2(2)} = 1lb$

$\Sigma F_{x=0}$

$-Ax + Bx = 0$

$Ax = Bx$

$Ax = 1lb$

$\Sigma F_{y=0}$

$A_y = \pi rg = \pi\left(2ft\right)\left(.5\frac{lb}{ft}\right) = \pi lb$