

Problemas sobre el teorema de Varignon

Guillermo López Jáquez¹

¹Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

26 de marzo de 2019

Resumen

En el presente documento se pretende realizar algunos ejemplos, para explicar el tema Estática del cuerpo rígido.

Problema 1.

Si $F_1 = \{100i - 120j + 75k\}$ lb y $F_2 = \{-200i + 250j + 100k\}$ lb. Determine el momento resultante producido por estas fuerzas sobre el punto O.

F4-12. If $F_1 = \{100i - 120j + 75k\}$ lb and $F_2 = \{-200i + 250j + 100k\}$ lb, determine the resultant moment produced by these forces about point O. Express the result as a Cartesian vector.

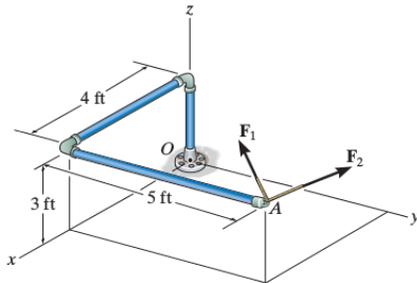


Figura 1: Problema 1

ro se hace el producto cruz para cada una de las fuerzas, en otras palabras se calcula el momento independiente de cada una de las fuerzas, para así al final sumar los momentos y obtener el final.

1.- Se muestran las matrices, F1, F2 respectivamente (Tabla. 1)

F1	i	j	k	F2	i	j	k
	4	5	3		4	5	3
	100	-120	75		-200	250	100

Cuadro 1: Matriz

Ahora calculamos el momento para F1:

$$i (5)(75) - (-120)(3) - j (4)(75) - (100)(3) + k (4)(-120) - (100)(5) = 735i - 980k$$

El momento de F2 está dado por:

$$i (5)(100) - (250)(3) - j (4)(100) - (-200)(3) + k (4)(250) - (-200)(5) = -250i - 1000j + 2000k$$

Para calcular el momento resultante, prime- $\vec{M}_0 = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$

$$\vec{M}_0 = 485 i - 1000 j + 1020 k$$

Problema 2.

4-14. Two boys push on the gate as shown. If the boy at B exerts a force of $F_B = 30$ lb, determine the magnitude of the force F_A the boy at A must exert in order to prevent the gate from turning. Neglect the thickness of the gate.

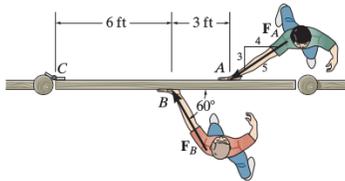


Figura 2: Problema 2

Primero que nada debemos entender que para que no exista un movimiento (giro) la suma de ambas fuerzas debe de ser 0. Y esto se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{M}_A + \vec{M}_B = 0$$

Una vez establecido esto, podemos obtener el siguiente paso, sustituyendo sabemos que cada momento se expresa de la siguiente manera:

$$\left(\vec{r}_A \times \vec{F}_A \right) + \left(\vec{r}_B \times \vec{F}_B \right) = 0$$

Pero como nos encontramos en dos dimensiones 2D sabemos que:

$$\begin{aligned} (r_{AX}F_{AY} - r_{AY}F_{AX})k &+ \\ (r_{BX}F_{BY} - r_{BY}F_{BX})k &= 0 \end{aligned}$$

Lo que es igual a:

$$\begin{aligned} (r_{AX}F_{AY} - r_{AY}F_{AX}) &+ \\ (r_{BX}F_{BY} - r_{BY}F_{BX}) &= 0 \end{aligned}$$

Dado que no existen distancias en y, solo en x puesto que se encuentran dentro de la misma línea, sabemos que $r_{AY}F_{AX}$ Y $r_{BY}F_{BX} = 0$.

Ahora y solo debemos calcular F_{AX} , ya que es la fuerza que no conocemos para que no existe el giro.

Conocemos los siguientes datos:

$$r_{AX} = 9 \text{ ft}$$

$$r_{BX} = 6 \text{ ft}$$

$$F_{BY} = (30 \text{ lb}) (\sin 60)$$

$$F_{AY} = -F_A \left(\frac{3}{5} \right)$$

Entonces ya contamos con todo lo necesario para hacer los calculos.

$r_{AX}F_{AY} + r_{BX}F_{BY} = 0$, sustituyendo:

$$(9 \text{ ft}) \left(-\frac{3}{5}F_A \right) + (6 \text{ ft}) (30 \text{ lb}) (\sin 60) = 0$$

Despejamos:

$$-\frac{3}{5}F_A (9 \text{ ft}) + (6 \text{ ft}) (30 \text{ lb}) (\sin 60) = 0$$

$$\frac{3}{5}F_A (9 \text{ ft}) = (6 \text{ ft}) (30 \text{ lb}) (\sin 60)$$

$$F_A = \frac{5(6 \text{ ft})(30 \text{ lb})(\sin 60)}{3(9 \text{ ft})}$$

Dandonos como resultado una fuerza de:

$$F_A = 28.86 \text{ lb}$$