# Problema

salma [1]

[1]Instituto Tecnológico Superior Zacatecas Occidente

May 16, 2019

La formula para la carga critica de una columna fue derivada en 1757 por Leonhard Euler, el gran matemático suizo. El análisis de Euler se baso en la ecuación diferencial de la curva elástica:

$EI\ \frac{d^2v}{dx^2}$

## El equilibrio del momento requiere que :

$M\ =\ -Pv$

$EI\ \frac{d^2v}{dx^2} =\ -Pv$ $\qquad \frac{d^2v}{dx^2} = \frac{Pv}{EI}$

## Para resolver la ecuación diferencial debemos proponer una solucion que la satisfaga

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{P}{EI}\right) v\ =\ 0$$

$$v = C_1\ \ \sin\ T\ +\ C_2\ \cos\ Tx$$

$$v^1\ =\ \frac{dv}{dx}\ =\ C_1\ \ T \cos T\ x\ -\ C_2\ \ T\ \sin\ T_x$$

$$v^{\ ll}\ = \frac{d^2v}{dx^2}\ =\ -C_1\ T^2\ \sin\ T_x\ - C_2\ T^2\ \cos\ T_x$$

$$-\ C_1\ T^2\ \sin\ T_x\ -\ C_2\ T^2\ \cos\ T_x \left(\frac{P}{EI}\right) (C_1\ \sin\ T_x\ +\ C_2\ \cos\ T_x) =\ 0$$

$$-\ C_1\ T^2\ \ \sin\ T_x\ -\ C_2\ T^2\ \cos\ T_x\ +\ C_1 \left(\frac{P}{EI}\right) \sin\ T_x\ \ +\ C_2\ \left(\frac{P}{EI}\right)\ \cos\ T_{x=\ 0}$$

$$C_1\ \sin\ T_x \left(\frac{P}{EI} -\ T^2\right)\ +\ C_2\ \cos\ T_x \left(\frac{P}{EI} - T^2\right)\ = 0$$

$$v\ =\ C_1\ \sin\ \sqrt{\frac{P}{EI} x} +\ C_2\ \cos\ \sqrt{\frac{P}{EI}} x$$

## Calculamos valores para las constantes C1 y C2

v=0 x=0

v=0 x=L

$$C_1 \ \sin \ \sqrt{\tfrac{P}{EI}}\,(0) + \ C_2 \ \cos \ \sqrt{\tfrac{P}{EI}}\,(0) \ = \ 0$$

**Para v= 0 x= L**

$$v \ (x \ = \ L) = \ C_1 \ \sin \ \sqrt{\tfrac{P}{EI}} = \ 0 \qquad \sin \ \left(\sqrt{\tfrac{P}{EI}L}\right) = \ 0$$

$$\sqrt{\tfrac{P}{EI}L} = \ n \ \pi$$

$$\tfrac{P}{EI}L^2 \ = n^2 \ \pi^2$$

$$P \ = \tfrac{n^2 \ \pi^2 \ EI}{L^2}$$

$$P_{cr} \ = \tfrac{\pi^2 \ EI}{L^2}$$