#Pergamon 001: Polya'nın Problem Çözme Algoritması

Matematik ve Matematik Mühendisliği Topluluğu¹

¹Affiliation not available

November 11, 2020

Macar asıllı matematikçi George Polya, How To Solve It (Çözüm Nasıl Yapılır) adlı önemli eserinde problemlerin nasıl çözülmesi gerektiğini detaylıca anlatmıştır. MMMT olarak Polya'nın problem çözme algoritmasını inceledik ve bu incelemeyi yazıya döktük.

Figure 1: Polya'nın dört-adım planı olarak da bilinen problem çözme algoritması

George Polya, 13 Aralık 1887'de Budapeşte'de doğan Macar asıllı matematikçidir. Seriler, sayı teorisi, matematiksel analiz, geometri, cebir, kombinatorik ve olasılık dahil olmak üzere bir dizi matematiksel konu üzerinde çalışmıştır. Hayatını matematiğin bu kadar çok farklı dalıyla ilgilenerek geçiren birinin okul yıllarında en sevdiği derslerden birinin matematik olması beklenirken Polya'da durum biraz farklıydı, çünkü en sevdiği dersler biyoloji ve edebiyattır. Matematikte aldığı notlar, bu derslere nazaran pek de yüksek sayılmazdı. Matematikteki başarısızlığının sebebini yetersiz eğitime bağlıyordu. Daha sonraları felsefeyle yakından ilgilenmeye başladı, ancak profesörü Bernat Alexander ona bu konuyu anlamasına yardımcı olmak için fizik ve matematik dersleri almasını tavsiye etti. Böylece matematik çalışmaya başladı.

Matematik kariyerinin başlarında Polya, Gábor Szegő ile iki etkili problem kitabı yazdı. Bu ikilinin

kitaplarını farklı kılan büyük yenilik –Polya’nın fikri olan- sorunları konularına göre değil, çözüm yöntemlerine göre sınıflandırmaktı. Polya’nın bu fikri, kariyerini şekillendiren önemli bir unsurdur. Kariyerinin ilerleyen dönemlerinde öğrenciler, öğretmenler ve araştırmacıların matematikte daha fazla keşif ve icat yapmaları için sistematik problem çözme yöntemlerini belirleme konusunda önemli çaba harcadı.

Figure 2: George Polya (1887 - 1985)

Polya problem çözme üzerine öyle nokta atışı tespitlerde bulundu ki matematik eğitimi ve problem çözme dünyası, Polya’dan önce ve sonra olmak üzere iki döneme ayrılmıştır. Bu konuyla ilgili beş kitap yazmıştır: Çözüm Nasıl Yapılır, Matematik ve Makul Akıl Yürütme (Cilt I: Matematikte Tümevarım ve Analoji ve Cilt II: Makul Çıkarım Kalıpları) ve Matematiksel Keşif: Anlama, Öğrenme ve Öğretme Problem Çözme Üzerine (I. ve II. ciltler). İçlerinden en ünlüsü Çözüm Nasıl Yapılır, problem-çözme üzerine klasik bir kitaptır.

Polya, Çözüm Nasıl Yapılır’da sadece matematiksel değil, her türlü problemi çözmek için sezgisel çalışma gerektiren dört-adım planını verir. Bu dört-adım planı şu şekildedir:

- (i) Problemi anlayın.
- (ii) Bir plan tasarlayın.
- (iii) Planı yerine getirin.
- (iv) Geriye bakın.

İlk bakışta bu dört-adımın çok açık olduğunu, hayatımızdaki sorunları çözerken de bunlara paralel adımları takip ettiğinizi düşünebilirsiniz. İşte Polya’nın sezgiselliği budur. Bu adımlar problem çözmeye sihirli bir formül sağlamak için değil, yardımcı olmayı amaçladıkları içindir. Aşağıda bu planın başlıkları altında uygulama ipuçları sınıflandırılmıştır.

ÇÖZÜM NASIL YAPILIR:

1 Problemi anlayın.

Bir plan tasarlayın. **2**

3 Planı yerine getirin.

Geriye bakın. **4**

Figure 3: George Polya, How To Solve It (Çözüm Nasıl Yapılır) adlı kitabında yukarıdaki dört adımı detaylandırır.

1. Problemi Anlama

Önce problemi anlamamız ve dikkatle incelememiz gerekir. Sırasıyla aradığımız şeyi ve bunu çözmek için elimizdeki verileri iyi tanımamız gerek. Problemleri çözmek için iyi bir strateji, teoremin varsayımı ve sonucu hakkında ne bildiğinizi kaydetmektir. Yani neyi biliyor ve neyi bilmek istiyorsunuz. Düşüncelerinizin tetiklenmesine bu yardım edebilir. Bunun için ilk koşul, matematiğin diline –sözcükler ve semboller- hakim olmak. Bir dereceye kadar bu bilgiler yeterliken ileri düzeyli matematik durumunda bir çözümün anahtarının özel bir tanımın koşullarını kullanmak olduğunu anlamak gerekir. O nedenle öncelikle terimleri ve sembolleri, ardından da tüm gerekli tanımları bildiğinizden ve anladığınızdan emin olmalıyız, aksi takdirde problemi çözmeniz beklenemez.

Ardından bu dört-adımın temelindeki mantığı kullanın: sezgilerinizi. Burada problemle alakalı bilgilere dayalı öngörülerde bulunarak sezgilerinizi geliştirebilirsiniz. Bu, çözümle alakalı tahminlerden öteye geçmeyecektir ama denemeye değer bir yaklaşımdır.

Birçok problemin indisli biçimi olacaktır. İndis, sayıların bir dizi öğelerini belirtmek için kullanılan bir harftir ve herhangi bir doğal sayı olabilir. Bu tarz problemlerde problemi başlangıç durumu için, örneğin indismiz n olsun, $n = 1, 2$ ve 3 için çözmeye çaba göstermelisiniz. Bu size her zaman kesin yanıt vermeyebilir, ama problemin kavranışına olanak sağlayacaktır. Ya da bu görüşe paralel olarak, soyut bir problem için somut bir durum incelenebilir. Daha geniş kapsamlı bir problemde özel bir durumu inceleyin örneğin. Bir ya da iki durumun geçerli olmasının yine de yeterli olmadığına dikkat ediniz. Burada da –özel durumların incelenmesi durumunda- amacımız yine problemi kavrayabilmektir.

Figure 4: Polya'nın da dediği gibi "Eğer bir problemi çözmiyorsanız onun resmini çizin." İnsan aklı resimlerle çalışırken daha sağlıklıdır. Resimler, bir problem üzerine sezgi geliştirmek için şahanedir!

Problem çözmede başarılı olmanın yolu problemler çözmektir. Benzer problemler genellikle benzer çözümlere sahiptirler, dolayısıyla evveliden çözdüğünüz benzer problemlerin çözümlerinde kullandığınız yöntemleri düşünün ve şimdiki problemin üzerinde deneyin. Kesinlikle sizi yanıtla götürür demiyoruz ama düşünmeye değer!

"If you can't solve a problem, then there is an easier problem you can't solve: find it."

"Bir problemi çözemezseniz, çözemeyeceğiniz daha kolay bir problem vardır: onu bulun."

George Polya

Bu özel bir durumla çalışmaya benzer. Daha kolay olanı çözmek, genel olan çözmek için yol gösterici olabilir. Son olarak problemi kendi cümlelerinizle –sözcükler ve semboller- ifade edin.

2. Bir Plan Tasarlama

Figure 5: Problemi anladıktan sonra sıra onu çözmek için plan yapmakta.

Yaklaşımlardan ilki problemi parçalara ayırmaktır. Elinizdeki problemi olabildiğince çok şekilde durumlara bölün. Bunu yapmamızdaki sebep, eğer problemin tamamını yanıtlamıyorsak, o zaman belki bir kısmını yanıtlayabiliriz –sınavlarda sonuç doğru olmasa dahi gidişattan puan almak gibi-. Yanıtın bir kısmının bulunması, devamının geleceğine dair bir ümittir. Bu ümit, size problemin üstesinden gelme cesaretini verecektir. En azından gelmese de denemeye değer!

Problem anlama kısmında bahsettiğimiz şeyleri matematik diline çevirme önemli bir olaydır. Böyle bir dili oluşturduğunuzda, problemi çözmeye daha da yaklaştığınızı unutmayın!

Bunlarla birlikte genel yöntemleri bilmek ve onları düzenli ve bilinçli olarak kullanmak büyük yarar sağlayacaktır.

3. Planı Yerine Getirme

Problemi anladınız ve planı yaptınız. Şimdi sıra planı yerine getirmekte! Bu adım, bir önceki adıma göre uygulaması çok daha rahat. Yapmanız gereken tek şey her bir adımı özenle incelemek ve doğruluğunu sağlamak. Tam burada sezgilerinizi kullanmaktan kaçınınız. Burada bir şeyin doğru olduğunu düşünüyorsanız, kanıtlamalısınız!

4. Geriye Bakma

Figure 6: Bu adıma kadar bir çözüm üretmiş olsanız dahi, bu dört-adım tamamlanmamıştır. Artık geriye bakma zamanı.

Bulduğunuz çözümün doğruluğunu kontrol edin. Bunun için bir sürü soru mevcuttur: Yanıt anlamlı mıdır, yanıt doğru düzenlenmiş midir? Yanıtı sağlamak için, onu problemdeki denklemlere yerleştirmek yeterlidir. Bu her zaman size cevabı vermez ama dediğimiz gibi denemeye değer! Bu tarz kontroller, sezgilerinizin gelişmesine katkıda bulunur.

Evet, bir çözüm bulmuş olabilirsiniz, ama bundan daha iyi bir çözüm de olabilir. O nedenle probleme farklı bir gözden bakmayı, onu farklı bir yoldan çözmeyi deneyin. Daha iyi bir çözüm bulabilir, elinizdeki çözümün eksikliğini bulabilir ya da elinizdeki çözümün en iyisi olduğuna ulaşabilirsiniz.

Sonuç olarak iyi düşünün! İyi düşünme problem çözmede kritik bir önem taşır. Problemin neyi çözdüğünü, hangi yöntemleri kullandığınızı düşünün. Çözümün nasıl daha iyi iyileştirileceğini düşünün.

Sezgiselliğin amacını keşif ve icat yöntemlerini ve kurallarını incelemek, mevcut sorunun çözümünü keşfetmek olarak tanımlayan Polya, bunun iyi eğitim için de önemli unsurlardan olduğunu söyler. Zamanında kendisinin aldığı kötü matematik derslerinin bir etkisi olabilir belki de bu çalışmaları, kim bilir? **Polya'nın problem çözme algoritması ile ilgili yorumlarınızı sosyal medya hesaplarımızdan bizlerle paylaşmayı unutmayın!**

Instagram: [@mmmt_digital](#)

LinkedIn: [@mmmt-digital](#)

Twitter: [@mmmt_digital](#)

Yazımıza atıfta bulunmak için aşağıdaki gibi APA formatını kullanabilirsiniz:

MMMT. (2020, Ekim 30). *#Pergamon 001: Polya'nın Problem Çözme Algoritması* -erişim tarihi-tarihinde, www.authorea.com/489714/FAeF11Kzk3lePLau2DUHBA adresinden erişildi.

Referanslar

- [1] Houston, K.(2009). *How to Think Like a Mathematician*. (Mehmet Terziler ve Tahsin Öner, Çev.). Cambridge: Cambridge University Press.
- [2] O'Connor, J.J. ve Robertson, E.F.(2002, Kasım). *George Pólya*. 10 Ekim 2020 tarihinde, mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Polya/ adresinden erişildi.